



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV KONSTRUOVÁNÍ

INSTITUTE OF MACHINE AND INDUSTRIAL DESIGN

3D TISK A TOPOLOGICKÁ OPTIMALIZACE RAMENA KVADROKOPTÉRY

3D PRINT AND TOPOLOGY OPTIMIZATION OF A QUADROCOPTER ARM

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Kryštof Sládek

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Ondřej Vaverka, Ph.D.

BRNO 2026

Zadání bakalářské práce

Ústav: Ústav konstruování
Student: **Kryštof Sládek**
Studijní program: Základy strojíního inženýrství
Studijní obor: Základy strojíního inženýrství
Vedoucí práce: **Ing. Ondřej Vaverka, Ph.D.**
Akademický rok: 2025/26

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

3D tisk a topologická optimalizace ramena kvadrokoptéry

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Již dlouhou dobu pomáhá konstruktérům numerická metoda zvaná topologická optimalizace, což je nástroj pro návrh dílu s optimalizovanými parametry, např. hmotností, tuhostí, vlastními frekvencemi atd. Obvyklým odvětvím použití je letectví, protože je zde velká poptávka po lehkých a spolehlivých dílech. Nemusí ale nutně jít o velké letouny, ale klidně i o modelové létání a díky snížení hmotnosti zvýšit dolet dronu.

Typ práce: strojLAB – konstruování

Cíle bakalářské práce:

Cílem bakalářské práce je topologicky optimalizovat ramena kvadrokoptéry s pomocí strukturovaného materiálu a aditivní výroby.

Dílčí cíle bakalářské práce:

- přehled možných strukturovaných materiálů pro topologickou optimalizaci,
- optimalizace ramena kvadrokoptéry s různými typy struktury,
- porovnání variant pomocí MKP,
- výroba a otestování funkčních vzorků.

Požadované výstupy: průvodní zpráva, fotografická dokumentace, digitální data.

Rozsah práce: cca 27 000 znaků (15 – 20 stran textu bez obrázků).

Časový plán, struktura práce a šablona průvodní zprávy jsou závazné:

<https://www.ustavkonstruovani.cz/texty/bakalarske-studium-ukonceni/>

Seznam doporučené literatury:

BRACKETT, D., ASHCROFT, I., HAGUE, R. Topology optimization for additive manufacturing. In Solid Freeform Fabrication Symposium Proceedings, Solid Freeform Fabrication Symposium edition: 22, Austin, Texas, USA, 8-10 August 2011. s. 348-362.

KOLÁŘ, D. Tvorba CAD dat pro strukturované díly. Brno, 2023. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav konstruování. Vedoucí práce Ing. Ondřej Vaverka.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2025/26

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Martin Hartl, Ph.D.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jiří Hlinka, Ph.D.
děkan fakulty

ABSTRAKT

Práce řeší návrh optimalizovaného ramene kvadrokoptéry DJI F450 z hliníkové slitiny AlSi10Mg vyráběného technologií *Powder Bed Fusion* (PBF). Cílem bylo dosáhnout výrazně vyšší tuhosti při hmotnosti srovnatelné s původním plastovým dílem. Práce spojuje topologickou optimalizaci s designem strukturovaného materiálu a předkládá metodický postup pro návrh aditivně vyráběných dílů s optimálním poměrem hmotnosti a tuhosti. Z porovnání osmi typů základní buňky strukturovaného materiálu byly vybrány Gyroid (TPMS) a Body Centered Cubic (mikro-prutová struktura). Geometrie ramene vychází z topologické optimalizace metodou *Solid Isotropic Material with Penalization* (SIMP) a je vyplněna gradientní strukturou, jejíž tloušťka je metodou *Field-Driven Design* modulována polem napětí. Obě varianty jsou vyrobeny a porovnány fotogrammetricky. Varianta využívající Gyroid překonala BCC o 58 % v měrné tuhosti a byla použita pro finální návrh. Rozdíl mezi simulací a experimentem je diskutován samostatně a přisouzen limitům výroby a změně mechanických vlastností tenkostěnných struktur vyráběných technologií PBF, což se shoduje s literaturou. Navzdory tomu má finální rameno o hmotnosti 53,5 g více než 17× vyšší tuhost než plastový originál. Nakonec 4 tato ramena úspěšně absolvovala zkušební let.

KLÍČOVÁ SLOVA

topologická optimalizace, strukturovaný materiál, powder bed fusion, AlSi10Mg, dron

ABSTRACT

This thesis addresses the design of an optimised quadcopter arm for the DJI F450 frame, made of AlSi10Mg and manufactured by *Powder Bed Fusion* (PBF). The aim was to achieve significantly higher stiffness at a mass comparable to the original plastic component. The work combines topology optimization with lattice structure design and presents methodology for designing additively manufactured parts with an optimal mass-to-stiffness ratio. From a comparison of eight unit cell types, Gyroid (TPMS) and Body-Centered Cubic (strut-based) were selected. The arm geometry results from topology optimization using the *Solid Isotropic Material with Penalization* (SIMP) method and is filled with a graded structure whose thickness is modulated by the stress field via *Field-Driven Design*. Both variants were manufactured and compared photogrammetrically. The Gyroid variant outperformed BCC by 58 % in specific stiffness and was used in the final design. The simulation-experiment discrepancy is discussed separately and attributed to manufacturing limitations and to the altered mechanical properties of thin-walled PBF structures, consistent with the literature. Nevertheless, the final 53.5 g arm achieves more than 17× higher stiffness than the plastic original. Four such arms then successfully completed a test flight.

KEYWORDS

topology optimization, lattice structures, powder bed fusion, AlSi10Mg, drone

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

SLÁDEK, Kryštof. *3D tisk a topologická optimalizace ramena kvadrokoptéry*. Online, bakalářská práce. Ondřej VAVERKA (vedoucí práce). Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2026. Dostupné z: <https://www.vut.cz/studenti/zav-prace/detail/173722>. [cit. 2026-05-22].

PODĚKOVÁNÍ

Na tomto místě bych rád poděkoval vedoucímu mé bakalářské práce panu Ing. Ondřeji Vavrkovi, Ph.D. za odborné vedení, cenné rady a vstřícný přístup po celou dobu řešení práce. Poděkování patří rovněž jeho kolegům z Ústavu konstruování FSI VUT v Brně, kteří mi byli vždy ochotni poradit a podělit se o své zkušenosti. Dále bych chtěl poděkovat studentskému spolku Brno Mars Rover za spolupráci a zapůjčení dronu, na kterém byla práce realizována. V neposlední řadě patří velký dík mojí rodině, přítelkyni, přátelům a blízkým za podporu a trpělivost nejen během psaní této práce, ale po celou dobu studia.

PROHLÁŠENÍ AUTORA O PŮVODNOSTI PRÁCE

Prohlašuji, že bakalářskou práci jsem vypracoval samostatně, pod odborným vedením Ing. Ondřeje Vavry Ph.D. Současně prohlašuji, že všechny zdroje obrazových a textových informací, ze kterých jsem čerpal, jsou řádně citovány v seznamu použitých zdrojů.

.....

Podpis autora

OBSAH

1	ÚVOD	14
2	PŘEHLED SOUČASNÉHO STAVU POZNÁNÍ	16
2.1	Aditivní výroba	16
2.1.1	Definice, princip a klasifikace	16
2.1.2	Powder Bed Fusion	17
2.1.3	Slitina AlSi10Mg	17
2.1.4	Konstrukční omezení PBF a kritický úhel převisu	19
2.1.5	Výrobní imperfekce a vliv orientace stavby	20
2.1.6	Design for Additive Manufacturing	21
2.2	Topologická optimalizace	21
2.2.1	Kategorie strukturní optimalizace a historický vývoj	21
2.2.2	Metoda SIMP	22
2.2.3	Další metody topologické optimalizace	24
2.2.4	Praktická aplikace a problém reinterpretace výsledku	25
2.2.5	nTopology a Field-Driven Design	25
2.3	Strukturované materiály (lattice / cellular structures)	27
2.3.1	Definice a klasifikace	27
2.3.2	Mechanické vlastnosti vs. relativní hustota	28
2.3.3	Maxwellovo kritérium	28
2.3.4	Prutové (strut-based) struktury	29
2.3.5	Triply Periodic Minimal Surfaces (TPMS)	30
2.3.6	Aplikace strukturovaného materiálu	31
2.3.7	Komerční software pro lattice design	32
2.4	Homogenizace	33
3	ANALÝZA PROBLÉMU A CÍL PRÁCE	36
3.1	Analýza problému	36
3.2	Cíl práce	37
4	KONCEPČNÍ ŘEŠENÍ	39
4.1	Srovnání topologií	39
4.1.1	Metoda porovnání topologií	39
4.1.2	Analyzované topologie	40
4.1.3	Postup homogenizace v nTopu	41
4.1.4	Výsledky porovnání tuhosti	41
4.1.5	Návrhová mapa: relativní hustota, tloušťka a velikost buňky	43

4.1.6	Experimentální testy vyrobitelnosti	44
4.1.7	Výběr topologií pro další optimalizaci	46
4.1.8	Finální dvojice: Gyroid a BCC	49
4.2	Topologická optimalizace ramene	49
4.2.1	Design space a pasivní regiony	50
4.2.2	Definice zatížení ramene	51
4.2.3	Nastavení topologické optimalizace v nTopu	52
4.2.4	Řešení odpojených úchytů u těla dronu	53
4.3	Optimalizace parametrů struktury	54
4.3.1	Převod na periodickou strukturu – Baseline	54
4.3.2	Statická MKP analýza – metodika	54
4.3.3	Iterační optimalizace tloušťky – <i>Field-Driven Design</i>	56
4.4	Experimentální měření vyrobených ramen	64
4.4.1	Cíl experimentu	64
4.4.2	Vyrobené vzorky	64
4.4.3	Experimentální sestava	64
4.4.4	Měřicí metoda	65
4.4.5	Výsledky měření	66
4.4.6	Porovnání s MKP simulací	69
5	KONSTRUKČNÍ ŘEŠENÍ	70
5.1	Souhrn navrženého řešení a klíčové parametry	70
5.2	Geometrický popis ramene a konstrukční rozhraní	72
5.3	Příprava dat pro výrobu a orientace stavby	74
5.4	Výroba a post-processing	75
5.5	Výroba přistávacích nožiček (PET-G, FDM)	76
5.6	Srovnání s originálním dílem	78
5.7	Realizace prototypu a integrace do kvadrokoptéry	79
5.8	Letová zkouška	80
6	DISKUZE	82
6.1	Ověření hypotézy a splnění cílů práce	82
6.2	Rozdíl mezi MKP simulací a experimentem	83
6.3	Zjednodušení modelu a vnesené chyby	86
7	ZÁVĚR	88

8	SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ	90
9	SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK, SYMBOLŮ A VELIČIN	98
10	SEZNAM OBRÁZKŮ A GRAFŮ	102
11	SEZNAM TABULEK	106
12	SEZNAM PŘÍLOH	107

1 ÚVOD

Bezpilotní vícevrtulové letouny – kvadrokoptéry a další multikoptéry – se za posledních deset let staly nedílnou součástí letecké fotografie, mapování terénu, monitorování průmyslových objektů, zemědělství, záchranných i vojenských operací. Jejich rozšíření do nových aplikačních oblastí klade rostoucí požadavky na nosné konstrukce: na nízkou hmotnost, vysokou tuhost, odolnost vůči vibracím od motorů a schopnost přenášet provozní zatížení bez ovlivnění řízení. Zejména ramena, na jejichž koncích jsou připevněny motory s vrtulemi, jsou klíčovým stavebním prvkem celého rámu. Jejich průhyb a vlastní vibrace přímo ovlivňují stabilitu letu, přesnost řízení a kvalitu obrazu pořízeného palubními kamerami nebo přesnost měření palubních senzorů. U běžně používaných komerčních rámu, jako je DJI F450, jsou ramena vyráběna vstřikováním, a to z plastu vyztuženého skleněnými vlákny. Tento materiál je sice lehký a levný, avšak jeho modul pružnosti je o více než řád nižší ve srovnání s kovovými slitinami a konstrukce ramene není pro statickou tuhost optimalizována.

V současné době prochází strojírenství zásadní změnou, již přináší aditivní výroba kovů. Technologie tavení v práškovém loži (*Powder Bed Fusion* – PBF) umožňuje vyrábět díly s geometrií, která byla klasickými technologiemi nedostupná – vnitřně strukturované součásti, organicky tvarované konzoly vzešlé z topologické optimalizace nebo díly s lokálně proměnnou hustotou materiálu.

Hliníková slitina AlSi10Mg si přitom zachovává mechanické vlastnosti srovnatelné s konvenčně litymi díly a v některých kombinacích procesních parametrů je dokonce překonává díky jemné mikrostruktuře vzniklé rychlým ochlazováním taveniny. Spojení této technologie s počítačovými nástroji pro topologickou optimalizaci a generování strukturovaných (*lattice*) materiálů otevírá prostor pro návrh součástí, které lépe odpovídají skutečnému průběhu zatížení – materiál je rozmístěn pouze tam, kde je z hlediska tuhosti potřebný, a uvnitř designového prostoru je nahrazen geometricky efektivním vyplněním.

Otázkou, kterou konstruktér v této oblasti řeší, není však pouze rozložení, ale i struktura materiálu. Literatura nabízí desítky periodických topologií – od prostých prutových struktur typu BCC nebo Octet až po trojitě periodické minimální plochy (TPMS), jako jsou Gyroid, Schwarz P nebo Diamond. Každá z nich se liší mechanismem přenosu zatížení, poměrem tuhosti k hmotnosti i vyrobiteľností konkrétní technologií. Pro reálné konstrukční využití přitom nestačí znát teoretické vlastnosti samotné buňky – je nutné posoudit i to, jak se daná topologie chová v souvislosti se zatížením celého dílu, jak se vyrobí a zda predikce numerického modelu odpovídají skutečnému chování fyzické součásti.

Předkládaná bakalářská práce vznikla ve spolupráci se studentským spolkem **Brno Mars Rover**, který kvadrokoptéry využívá jako podpůrné vzdušné prostředky ve svých projektech. Stávající plastová ramena se ukázala jako limitující prvek z hlediska tuhosti. Cílem spolupráce je nahradit tato plastová ramena kovovým ekvivalentem vyrobeným technologií *Selective Laser Melting*. Tato práce přitom záměrně nekončí navržením geometrie v CAD prostředí. Zahrnuje výpočetní simulaci, výrobu fyzických vzorků, jejich experimentální měření, výrobu plnohodnotných prototypů ramen a jejich integraci do dronu, čímž celý řetězec uzavírá od matematického modelu po reálnou součást.

Vedle samotného konstrukčního řešení tak tato bakalářská práce přináší i metodický postup, v němž jsou systematické porovnání *lattice* struktur, topologická optimalizace, *Field-Driven Design* a experimentální validace propojeny do jednoho návrhového procesu. Tento postup je převoditelný i na jiné aplikace v oblasti lehkých a tuhých konstrukčních dílů vyráběných aditivními technologiemi.

2 PŘEHLED SOUČASNÉHO STAVU POZNÁNÍ

Tato kapitola shrnuje teoretická východiska a aktuální stav vědeckého poznání ve třech tematických okruzích, jejichž průnik tvoří metodický základ předkládané práce. Nejprve je popsána technologie aditivní výroby kovů s důrazem na laserové tavení v práškovém loži (Powder Bed Fusion, PBF) a slitinu AlSi10Mg. Dále jsou uvedeny principy topologické optimalizace zaměřené na metodu SIMP (*Solid Isotropic Material with Penalization*) a její moderní implementaci v podobě *Field-Driven Designu* a metody konečných prvků (MKP). Nakonec je rozebrána problematika strukturovaných (*lattice*) materiálů včetně kritéria statické určitosti dle Maxwella, Gibson–Ashbyho škálovacích zákonů a dvou hlavních geometrických tříd – prutových struktur a trojitě periodických minimálních ploch (TPMS). Závěr kapitoly identifikuje výzkumnou mezeru, kterou tato práce řeší.

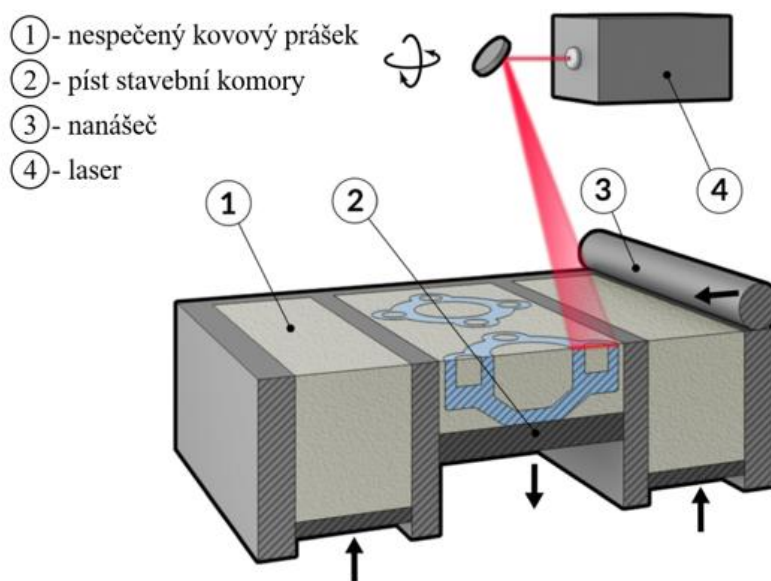
2.1 Aditivní výroba

2.1.1 Definice, princip a klasifikace

Aditivní výroba (additive manufacturing, AM) je dle terminologické normy ISO/ASTM 52900:2021 definována jako proces spojování materiálu za účelem vytvoření součásti z dat trojrozměrného modelu, obvykle vrstva po vrstvě, na rozdíl od subtraktivních a formovacích metod [1]. Norma definuje sedm základních procesů AM: *vat photopolymerization*, *material extrusion*, *material jetting*, *binder jetting*, *sheet lamination*, *directed energy deposition* a *powder bed fusion*. Pro výrobu kovových konstrukčních dílů se uplatňují především kategorie *powder bed fusion* (PBF) a *directed energy deposition* (DED). PBF dosahuje vyšší geometrické přesnosti (0,04 – 0,2 mm), zatímco DED umožňuje vyšší produktivitu u rozměrných součástí. Relativní geometrická svoboda AM otevírá prostor pro geometricky složité součásti a topologicky optimalizované návrhy, které jsou klasickými technologiemi nevyrobitelné [2].

2.1.2 Powder Bed Fusion

V procesu laserového PBF (L-PBF), komerčně označovaného také jako Selective Laser Melting (SLM) nebo Direct Metal Laser Sintering (DMLS), je zdrojem energie vláknový laser o vlnové délce přibližně 1 μm a výkonu řádu stovek wattů [2]. Skenovací zrcadla vedou laserový paprsek po dráze odpovídající průřezu součásti v dané vrstvě a lokálně taví prášek do souvislé taveniny, která po krystalizaci vytvoří metalurgickou vazbu s podkladovou vrstvou. Po dokončení každé vrstvy je stavební platforma snížena o tloušťku jedné vrstvy (typicky 20–100 μm) a nanášecí zařízení (*recoater*) rozprostře novou vrstvu prášku. Celý proces probíhá v inertní atmosféře (argon nebo dusík) z důvodu ochrany taveniny před oxidací [3].



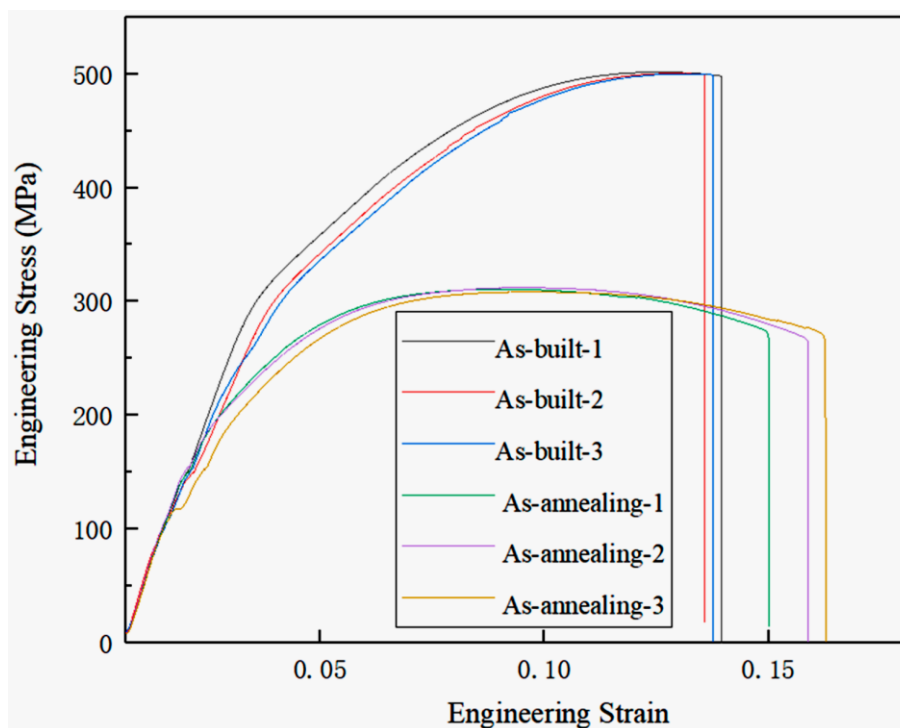
Obr. 2-1 Schéma výrobního procesu *Powder Bed Fusion* (PBF) [4]

Klíčovými procesními parametry jsou výkon laseru P (W), rychlost skenování v ($\text{mm} \cdot \text{s}^{-1}$), vzdálenost skenů (hatch spacing) h (mm) a tloušťka vrstvy t (mm). Jejich kombinace se vyjadřuje pomocí objemové hustoty energie $E_v = P / (v \cdot h \cdot t)$ ($\text{J} \cdot \text{mm}^{-3}$).

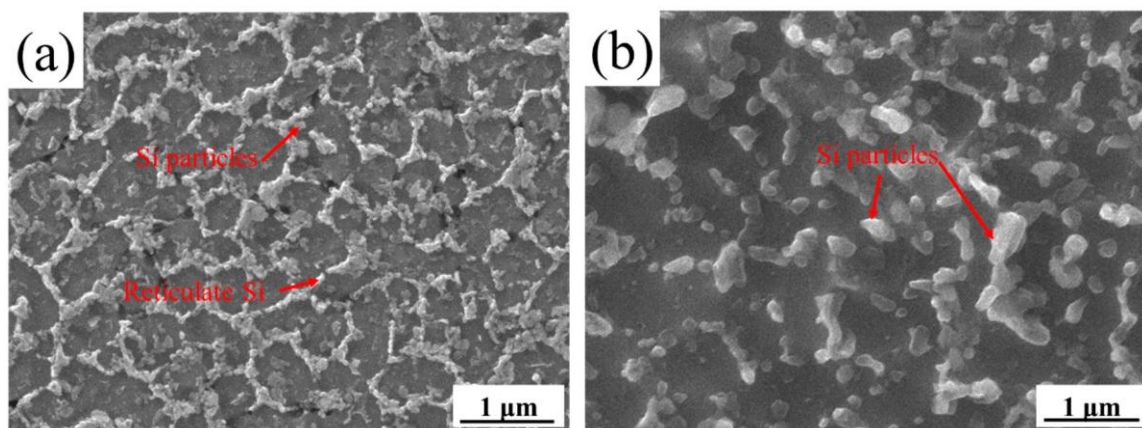
2.1.3 Slitina AlSi10Mg

AlSi10Mg je nejrozšířenější slitina hliníku zpracovávaná technologií PBF. Jedná se o slitinu blízkou eutektickému složení s obsahem křemíku 8,5–10,5 hm. % a hořčíku 0,2–0,45 hm. %, tradičně určenou pro tlakové lití [2] [3]. Pro PBF ji předurčuje úzký interval tuhnutí (teplota solidu 830 K / 557 °C, teplota likvidu 869 K / 596 °C [5]), nízká tendence k trhlinám za tepla a možnost precipitačního vytvrzení fází [3].

Mechanické vlastnosti dílů z AlSi10Mg vyrobených PBF jsou zpravidla srovnatelné s konvenčně litými díly nebo je překonávají díky jemné mikrostruktuře vzniklé extrémně rychlým ochlazováním taveniny. Přehled Ponnusamyho et al. [6], shrnující výsledky desítek studií, dokumentuje pro stav po výrobě (*as-built*) následující rozsahy: mez pevnosti $R^m = 307\text{--}470$ MPa, mez kluzu $R_{p0,2} = 186\text{--}300$ MPa a tažnost $A = 1,8\text{--}8,3$ %. Modul pružnosti se v závislosti na orientaci vzorku vůči směru stavby pohybuje v rozmezí $E = 62,5\text{--}72,9$ GPa [6]. Široký rozptyl hodnot odráží vliv procesních parametrů (výkon laseru, rychlost skenování, strategie skenování), typu zařízení a orientace vzorku. Po žihání ke snížení zbytkových napětí ($275\text{ }^{\circ}\text{C}$, 2 hod.) klesá $R_{p0,2}$ na $198,0 \pm 2,0$ MPa při současném výrazném nárůstu tažnosti na 13,7 % vlivem zhrubnutí a sferoidizace křemíkové fáze [7].



Obr. 2-2 Deformační křivky vzorků AlSi10Mg ve stavu před tepelným zpracováním (*As-built*) a po žihání na uvolnění vnitřních napětí na $275\text{ }^{\circ}\text{C}$ po dobu 2 hodin (*As-annealing*) [7].



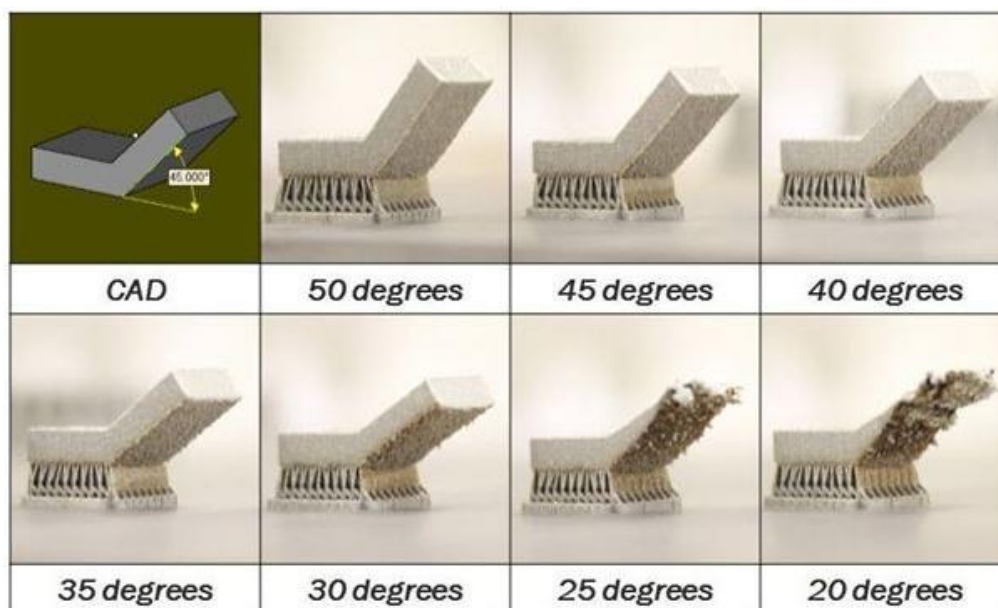
Obr. 2-3 Mikrostruktura leptaných vzorků zobrazující zhrubnutí křemíkové fáze při tepelném zpracování: (a) *As-built* (b) Po žihání na $275\text{ }^{\circ}\text{C}$ na 2 hodiny [7]

Pro PBF výrobu hliníkových slitin platí řada procesních výzev. Hliník vykazuje nízkou vlastní absorptivitu pro infračervené záření (~9 % pro leštěný povrch), která se v práškovém loži zvyšuje na přibližně 60 % díky vícenásobným odrazům laserového paprsku mezi částicemi [5]. Nižší absorptivita ve srovnání s jinými kovovými prášky snižuje efektivitu přenosu tepla do práškového lože a zužuje procesní okno. Další výzvou je vysoká tepelná vodivost (~165 W·m⁻¹·K⁻¹ při pokojové teplotě) [5], která urychluje odvod tepla z taveniny, a vysoká afinita hliníku ke kyslíku vyžadující přísnou kontrolu obsahu kyslíku v ochranné atmosféře [3]. Pro AlSi10Mg se uvádějí optimální hodnoty E_v v rozmezí 50–60 J·mm⁻³, při nichž relativní hustota dílu přesahuje 99,5 % [6] [8]. Strategie skenování (meandrová, šachovnicová, ostrovní) ovlivňuje rozložení zbytkových napětí a anizotropii mechanických vlastností.

Výše uvedené hodnoty mechanických vlastností jsou platné pro objemové díly standardních rozměrů. U velmi tenkých prvků – prutů a stěn periodických struktur o průměru či tloušťce pod přibližně 1 mm – dochází ke změně efektivních mechanických vlastností vlivem tzv. *size effectu*: zvyšující se podíl povrchu vůči objemu a jiný teplotní gradient při tuhnutí vedou k odlišné mikrostruktuře a zpravidla k nižším hodnotám pevnosti a tažnosti ve srovnání s plnostěnnými vzorky [9]. Tato problematika bude podrobněji rozebrána v kapitole 4.4.

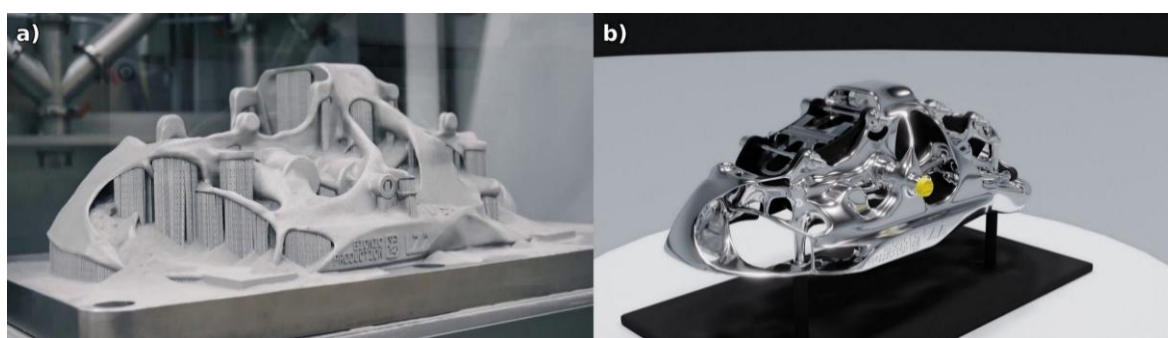
2.1.4 Konstrukční omezení PBF a kritický úhel převisu

Procesní fyzika PBF zavádí několik konstrukčních omezení zásadních pro návrh. Klíčovým je, obdobně jako u FDM (*Fused Deposition Modeling*) 3D tisku pomocí filamentu, **kritický úhel převisu** – nejmenší úhel mezi stavěnou plochou a vodorovnou stavební deskou, při kterém je možné stavět bez podpůrných struktur (*support structures*). Pro kovové slitiny zpracovávané PBF se tento mezní úhel pohybuje přibližně kolem 45° od horizontály [10][11]. Při úhlech menších, než kritických se spodní strana taveniny nachází nad nezpevněným práškem. Dochází k částečnému natavení okolního práškového lože. Vzniká zubatý spodní povrch s vysokou drsností a objevují se znatelné rozměrové nepřesnosti. Delší převisy se začnou vlivem vnitřních napětí ohýbat nahoru a zasahují tak do další nanášené vrstvy, jak je možno vidět na Obr. 2-4 Toto je velkým rozdílem oproti již zmíněnému FDM 3D tisku, který umožňuje překlenout často i poměrně velké mezery bez značné deformace převislého materiálu.



Obr. 2-4 Vzorky úhlů převisu 20° – 50° [12]

Podpůrné struktury plní současně funkci mechanickou (fixace dílu ke stavební desce, omezení deformací od zbytkových napětí) i tepelnou (odvod tepla z taveniny do platformy). Jejich nevýhodami jsou spotřeba materiálu, prodloužení doby výroby, riziko poškození dílu při odstraňování a potřeba manuálního dodatečného zpracování (*post-processing*). U strukturovaných materiálů, jejichž vnitřek je uzavřený, je interní podpírání prakticky nemožné, a z toho přímo plyne nutnost volit, pokud možno samonosné (*self-supporting*) topologie, jejichž prvky výrazně nepřekračují kritický úhel [2]. Je nutno dodat, že každá součást vyrobená technologií PBF musí mít aspoň nějaké podpory a nemůže ležet přímo na výrobní platformě, jelikož první vrstva je s ní pevně spojena a díl by tedy nešlo bez poškození odstranit.



Obr. 2-5 – Topologicky optimalizovaný brzdový třmen Bugatti Chiron vyrobený technologií PBF **a)** stále spojen s výrobní platformou a obsahující support struktury **b)** hotová opracovaná součást – [13] [14], upraveno

2.1.5 Výrobní imperfekce a vliv orientace stavby

Aktivně vyrobené díly vykazují soubor charakteristických imperfekcí, jež jsou zvláště výrazné u tenkých prutů a stěn *lattice* struktur. Hlavními skupinami jsou rozměrové odchylky, porozita, satelity (přípečené kuličky prášku) a povrchová drsnost.

Rozměrové odchylky závisejí kriticky na orientaci prvku vůči směru stavby. Horizontální pruty (úhel od horizontály $\approx 0^\circ$) trpí nejvíce: celá jejich spodní polovina se vytváří jako převis, dochází k natavování okolního prášku a výraznému nárůstu efektivního průměru (*oversize*). Vertikální pruty (90°) dosahují nejvyšší přesnosti, neboť každá vrstva spočívá na plně ztuhnutém podkladu. Šikmé pruty vykazují přechodné chování závisející na úhlu sklonu. Tento efekt byl opakovaně potvrzen pro AlSi10Mg [9]. Kapitola 4.1.6 tato zjištění kvantifikuje pro pruty Octet o průměru 0,4–1,0 mm.

Drsnost povrchu dílů z AlSi10Mg před *post-processingem* silně závisí na orientaci výroby – spodní plochy převisů jsou výrazně drsnější než horní plochy [2]

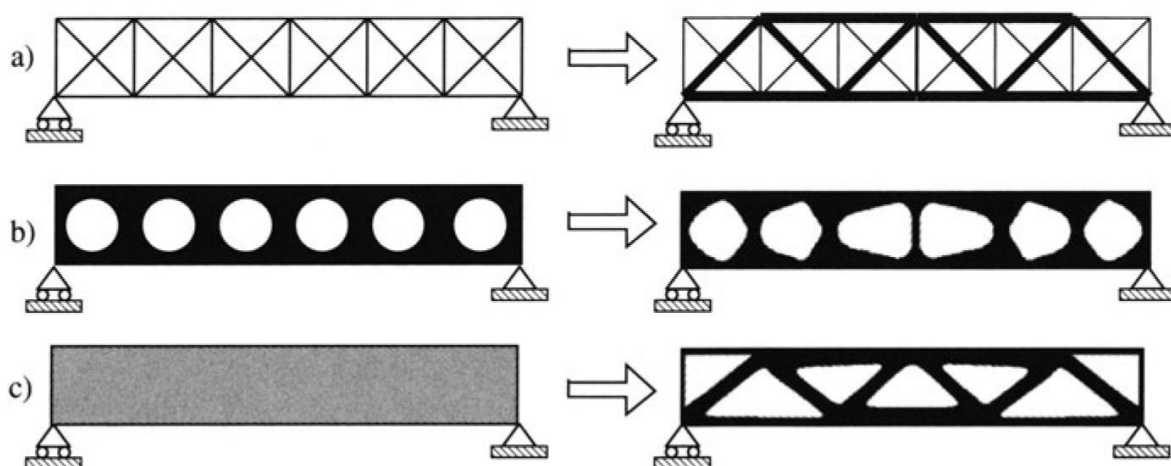
2.1.6 Design for Additive Manufacturing

Design for Additive Manufacturing (DfAM) představuje konstrukční filozofii, která využívá geometrické svobody AM, ale respektuje její procesní omezení [15]. Hlavními zásadami jsou: minimalizace nutnosti podpůrných struktur vhodnou orientací stavby a samonosnými geometriemi; dodržení minimálního průměru prutu a minimální tloušťky stěny; zaoblování vnitřních rohů pro snížení koncentrace zbytkových napětí; navrhování vysypávacích otvorů pro odvod prášku a přizpůsobení geometrie usnadňující *post-processing*.

2.2 Topologická optimalizace

2.2.1 Kategorie strukturní optimalizace a historický vývoj

Strukturní optimalizace se tradičně dělí do tří kategorií podle typu návrhových proměnných: rozměrová optimalizace (*size optimization*) mění průřezy nebo tloušťky prvků pevně dané topologie; tvarová optimalizace (*shape optimization*) mění polohu hranic při zachované topologii; topologická optimalizace (*topology optimization*) připouští i vznik a zánik otvorů a větvení – a poskytuje tedy nejširší prostor návrhových řešení (viz Obr. 2-6) [16].



Obr. 2-6 Metody strukturní optimalizace: a) *size optimization* b) *shape optimization* c) *topology optimization* [16]

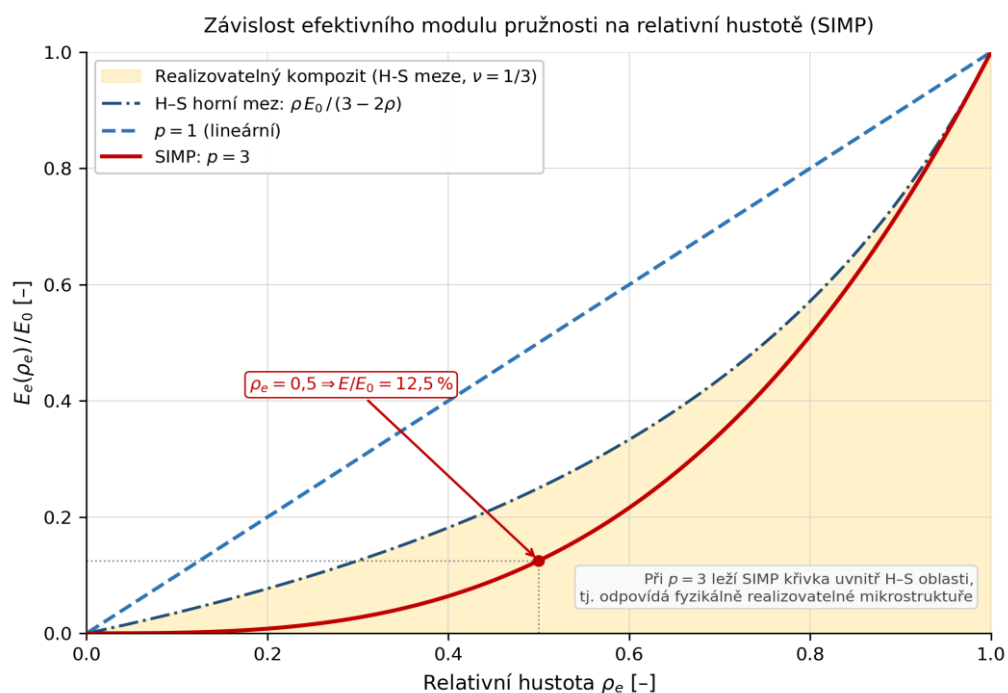
Moderní topologická optimalizace vzešla ze stěžejní práce Bendsøea a Kikuchiho [17], v níž autoři formulovali problém jako optimální distribuci anizotropního kompozitu s mikrostrukturou popsanou periodickými otvory, přičemž efektivní mechanické vlastnosti byly určovány teorií homogenizace [17]. Tento homogenizační přístup nahradil špatně podmíněný diskrétní problém 0/1 relaxovanou úlohou se spojitými návrhovými proměnnými a položil matematicky korektní základ oboru. Začátkem nového tisíciletí se topologická optimalizace stala rutinním nástrojem v leteckém, automobilovém a bioinženýrském průmyslu.

2.2.2 Metoda SIMP

Metoda SIMP (*Solid Isotropic Material with Penalization*) představuje dnes nejpoužívanější přístupu v topologické optimalizaci. Poprvé ji navrhl Bendsøe [18] a podrobně ji rozpracovali Bendsøe a Sigmund [19] [16]. Základní myšlenka je přímočará: každému prvku výpočetní sítě se přiřadí relativní hustota $\rho_e \in [0, 1]$, která rozhoduje, zda prvek bude součástí výsledné konstrukce ($\rho_e = 1$) nebo ne ($\rho_e \approx 0$). Modul pružnosti prvku se pak stanoví jako:

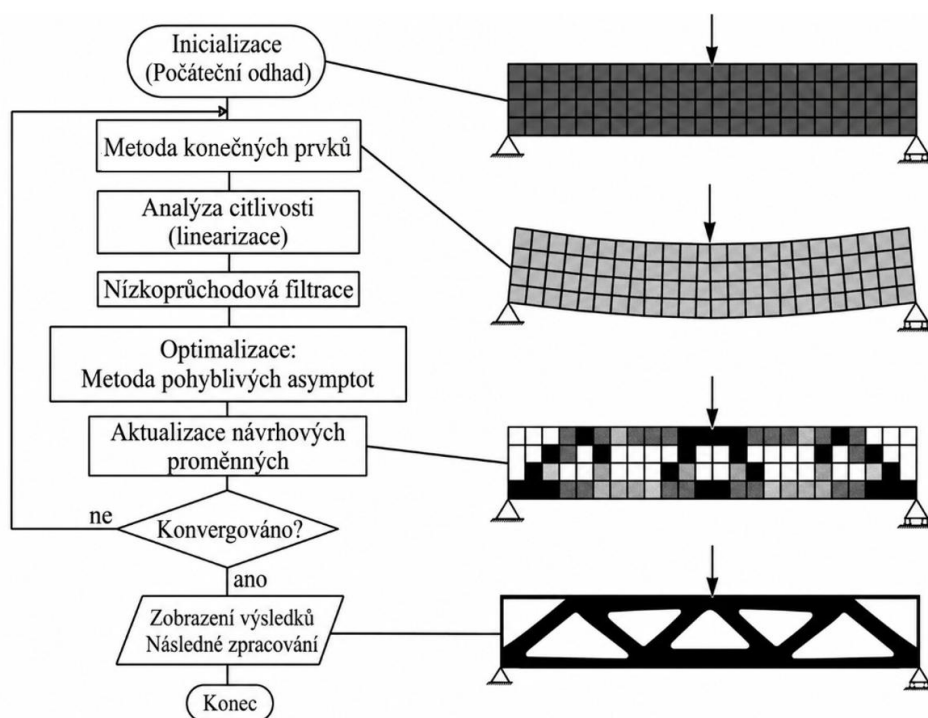
$$E_e(\rho_e) = \rho_e^p \cdot E_0, \quad p \geq 3, \quad 0 < \rho_{min} \leq \rho_e \leq 1 \quad (1)$$

kde E_0 je modul pružnosti plného materiálu a p je penalizační exponent. Podstata penalizace je dobře vidět na konkrétním příkladu: prvek s hustotou $\rho_e = 0,5$ při $p = 3$ má tuhost pouze $0,5^3 = 12,5 \%$ plného materiálu, přestože zabírá polovinu objemu. Takový prvek je pro optimalizátor „nevýhodný“ a iterační proces ho postupně vytlačí buď na $\rho_e = 1$ (plný materiál), nebo na $\rho_e \approx 0$ (prázdná). Výsledkem je tak téměř binární rozložení materiálu bez šedých přechodových oblastí [16]. Doporučená hodnota $p \geq 3$ vychází z podmínky, že SIMP interpolace musí odpovídat fyzikálně realizovatelným mikrostrukturám složeným z plného materiálu a prázdná – tuto podmínku formulují Hashin–Shtrikmanovy meze pro materiál s Poissonovým číslem blízkým $1/3$ [19]. Aby se předešlo singularitě matice tuhosti při $\rho_e = 0$, zavádí se malá dolní mez $\rho^{\text{WIn}} \approx 10^{-3}$ [16].



Obr. 2-7 – Závislost efektivního modulu pružnosti $E_e(\rho_e)/E_0$ na relativní hustotě ρ_e pro penalizační exponent $p = 1$ (lineární závislost) a $p = 3$ (SIMP). Vyšrafovaná oblast vymezuje Hashin-Shtrikmanovy meze pro fyzikálně realizovatelný kompozit dvou izotropních fází (plný materiál + prázdná) při $\nu = 1/3$. SIMP křivka s $p = 3$ leží uvnitř této oblasti, čímž splňuje podmínku realizovatelnosti mikrostruktury [16]. Při $p = 3$ má prvek s $\rho_e = 0,5$ tuhost pouze 12,5 % plného materiálu, což optimalizátor nutí konvergovat k binárnímu rozložení hmoty.

Po skončení optimalizace vznikne hustotní pole pokrývající celý návrhový prostor. Oblasti s vysokou hustotou jsou mechanicky důležité a tvoří výslednou strukturu, oblasti s nízkou hustotou lze odstranit. V praxi se hustotní pole převede na binární geometrii prahováním (*threshold*) – volba prahu přímo ovlivňuje výslednou hmotnost i tuhost. Výsledek topologické optimalizace tak definuje celkové rozmístění materiálu v návrhovém prostoru, které je v kapitole Topologická optimalizace ramene dále využito jako základ pro návrh gradientní TPMS struktury metodou *Field-Driven Design*.



Obr. 2-8 Průběh topologické optimalizace [16], upraveno

2.2.3 Další metody topologické optimalizace

Vedle dominantního přístupu SIMP existují tři další hlavní metody. *Level-set* přístup popisují hranici materiálu jako izoplochu vyšší dimenzionální skalární funkce. Evoluci hranice řídí Hamilton–Jacobiho rovnice a metoda přirozeně zachovává ostré hranice s možností vzniku nových děr [20]. Metody *ESO/BESO* (*Evolutionary / Bi-directional Evolutionary Structural Optimization*) iterativně odstraňují nebo přidávají prvky podle kritéria citlivosti funkce optimalizátoru [21]. Homogenizační topologická optimalizace [17] je teoreticky nejpropracovanější, ale vysoce komplexní a výpočetně náročná. Pro účely předkládané práce je využívána metoda SIMP implementovaná v softwaru nTop od nTopology.

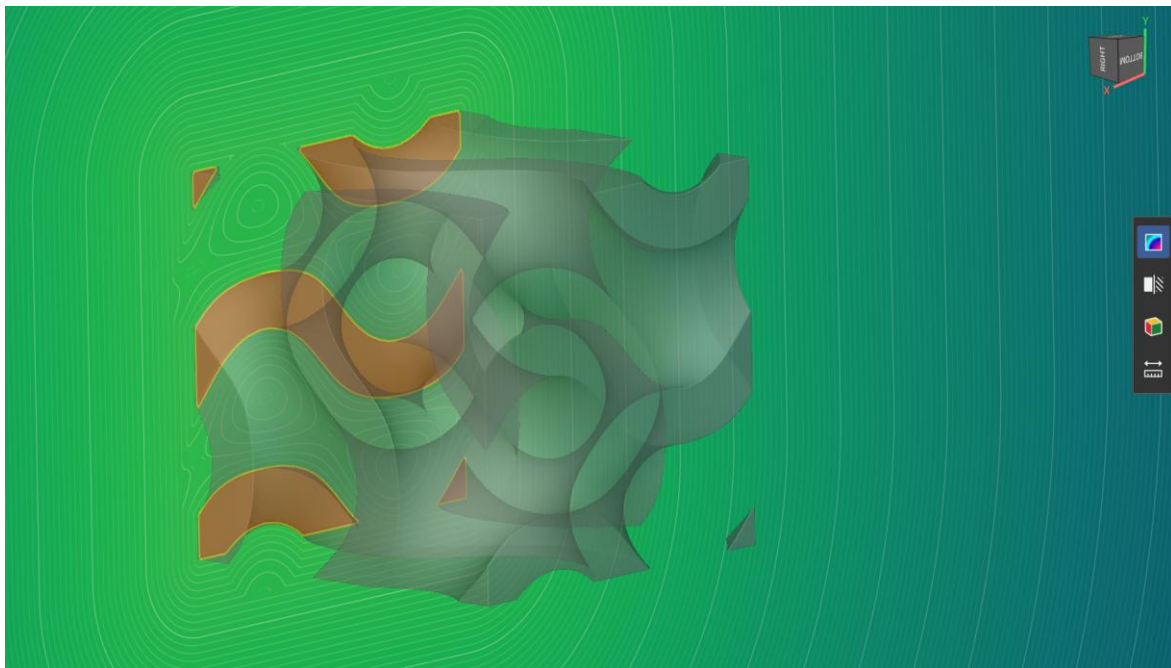
2.2.4 Praktická aplikace a problém reinterpretace výsledku

Optimalizační úloha se v praxi definuje v návrhovém prostoru (*design space*) – maximální geometrické obálce součásti – přičemž se vyloučí pasivní (*non-design*) regiony, jejichž geometrie je dána konstrukčními rozhraními. Cílem je nejčastěji buď minimalizace poddajnosti (*compliance minimization*) při hmotnostním omezení, nebo minimalizace hmotnosti při omezení napětí a deformace [16]. Omezení (*design constraints*) mohou být různá. Pro DfAM může být důležité například omezení maximálního dovoleného úhlu převisu (*overhang angle constraint*). V kontextu topologické optimalizace se často používá omezení minimální velikosti prvku (minimum feature size), které brání vzniku extrémně tenkých částí.

Výsledkem optimalizace je spojitě hustotní pole $\rho_{(e)} \in [0, 1]$, které je nutné prahováním převést na binární geometrii. Prahová hodnota (*threshold*) výrazně ovlivňuje výslednou hmotnost i tuhost – např. práh 0,3 zachová více materiálu než práh 0,5. Výsledná povrchová síť bývá hrubá a vyžaduje rekonstrukci v CAD prostředí. Navíc výsledek topologické optimalizace často obsahuje převisy vyžadující podpůrné struktury při PBF stavbě [11].

2.2.5 nTopology a Field-Driven Design

Program nTop od nTopology pracuje výlučně s implicitní reprezentací geometrie: součást je definována jako nulová izoplocha skalární funkcí $F(x, y, z) = 0$. Funkce nabývá záporných hodnot uvnitř tělesa, nulových na povrchu a kladných směrem ven mimo těleso. Implicitní reprezentace je robustní vůči topologickým změnám a umožňuje okamžitou modulaci libovolným polem a úpravu booleovskými operacemi [22]. Toto umožňuje aplikovat metodu tzv. *Field-Driven Designu* (FDD).



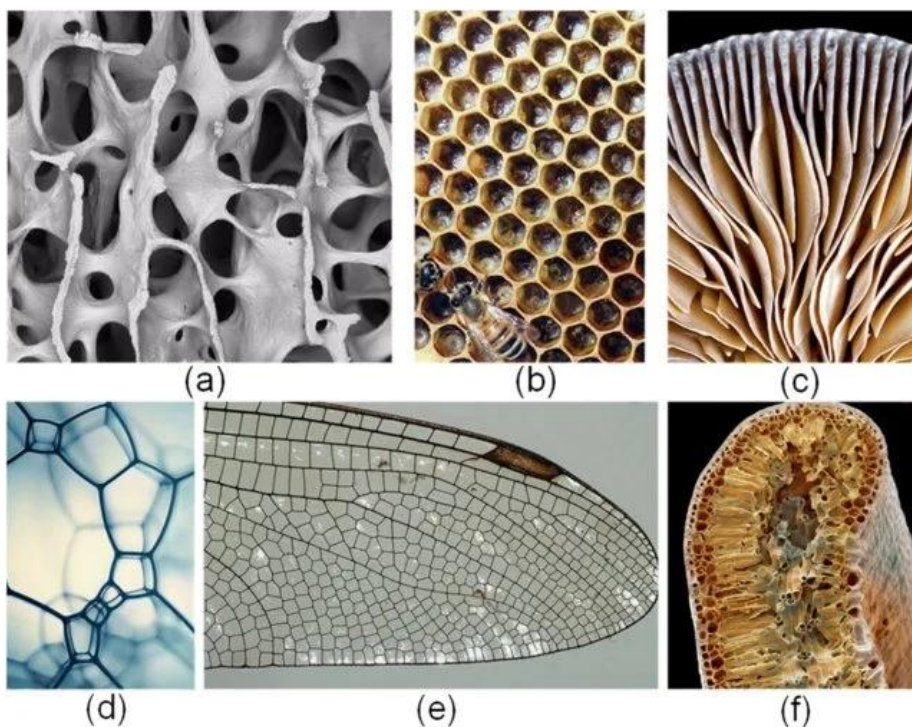
Obr. 2-9 Vizualizace pole reprezentujícího buňku Gyroidu se zvýrazněnými izočarami; oranžová místa mají hodnotu < 0 ; zelená/modrá místa > 0 ; žlutě je zvýrazněná hranice kde je povrch tělesa a hodnoty pole nabývají nuly

V kontextu využití strukturovaného materiálu lze pomocí FDD spojitě měnit tloušťku stěny TPMS nebo průměr prutu podle libovolného pole. nTop k tomu poskytuje blok *Ramp*, jímž se definuje minimální a maximální tloušťka a tento rozsah je následně přiřazen danému poli [22]. Kapitola 4.3.3 využívá tento přístup pro Gyroid a BCC strukturu a vysvětluje jeho fungování a konkrétní aplikaci více do hloubky. Další příklad využití FDD je práci se sítí potřebnou k samotné simulaci MKP. FDD umožňuje lokální zjemnění řízené vstupním polem libovolného charakteru. Tento postup je využit a popsán v kapitole 4.3.2.

2.3 Strukturované materiály (lattice / cellular structures)

2.3.1 Definice a klasifikace

Strukturované, periodické materiály (*cellular periodic structures*) – v anglické literatuře často označované jako *cellular solids* – jsou makroskopicky homogenní tělesa tvořená opakující se sítí buněk [23]. Mnoho těchto struktur se buďto přímo nachází v přírodě nebo se jí inspirují. Práce Gibsona a Ashbyho [23] zavedla dodnes platnou klasifikaci: podle topologie buněk se rozlišují *open-cell* struktury (propojené buňky, volný průtok tekutiny) a *closed-cell* struktury (uzavřené dutiny); podle pravidelnosti pak stochastické (kovové a polymerní pěny) a periodické struktury (*lattices*) s deterministickou základní buňkou. *Lattice* struktury se dále dělí na prutové (*strut-based*) a plošné (*surface-based*, k nimž patří TPMS).



Obr. 2-10 Příklady *lattice* struktur v přírodě: a) Lidská kost pod elektronovým mikroskopem; b) Včelí plástev (honeycomb); c) Lupeny hub; d) Voronoi struktura bublin; e) Křídlo vážky f) Struktura listu [24]

Periodicita struktury umožňuje efektivně aplikovat teorii homogenizace a popisovat ji jako anizotropní kontinuum s efektivní maticí tuhosti [25] [26].

2.3.2 Mechanické vlastnosti vs. relativní hustota

Klíčovou veličinou je **relativní hustota** $\rho^* / \rho_{(s)}$ – poměr efektivní hustoty struktury ρ^* k hustotě plného materiálu $\rho_{(s)}$ [23]. Gibson a Ashby prokázali, že efektivní mechanické, tepelné a elektrické vlastnosti se škálují s relativní hustotou mocninným zákonem (*scaling law*):

$$\frac{E^*}{E_s} = C_1 \cdot \left(\frac{\rho^*}{\rho_s}\right)^n \quad (2)$$

kde C_1 je bezrozměrná konstanta geometrie buňky a n exponent závisující na deformačním mechanismu. Gibson a Ashby [23] udávají pro *open-cell bending-dominated* struktury modul:

$$\frac{E^*}{E_s} = C_1 \cdot \left(\frac{\rho^*}{\rho_s}\right)^2, \quad C_1 \approx 1 \quad (3)$$

Pro *stretching-dominated* struktury Ashby [27] uvádí lineární závislost:

$$\frac{E^*}{E_s} \approx \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{\rho^*}{\rho_s}\right) \quad (4)$$

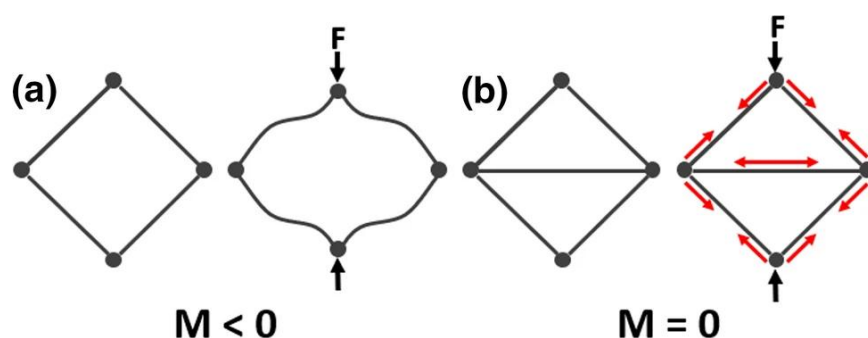
Stretching-dominated struktura je při relativní hustotě $\rho^*/\rho_{(s)} = 0,1$ řádově **tužší** než *bending – dominated* struktura totožné hmotnosti [27].

2.3.3 Maxwellovo kritérium

Příslušnost dané topologie do kategorie *stretching-* nebo *bending-dominated* se odvozuje z Maxwellova kritéria stability kloubových rámců. Pro trojrozměrnou strukturu s b pruty a j uzly je Maxwellovo číslo definováno jako [27]:

$$M = b - 3j + 6 \quad (= s - m) \quad (5)$$

kde s je počet stavů předpětí (*self-stress*) a m počet mechanismů [28] [27]. Je-li $M < 0$, ze struktury se stává mechanismus, ale jelikož jsou jeho klouby nepohyblivé, reaguje na zatížení ohybem prutů – *bending-dominated* chování. Je-li $M = 0$ a zároveň $s = m = 0$, je struktura staticky určitá a deformuje se osovým protahováním prutů – *stretching-dominated* chování.



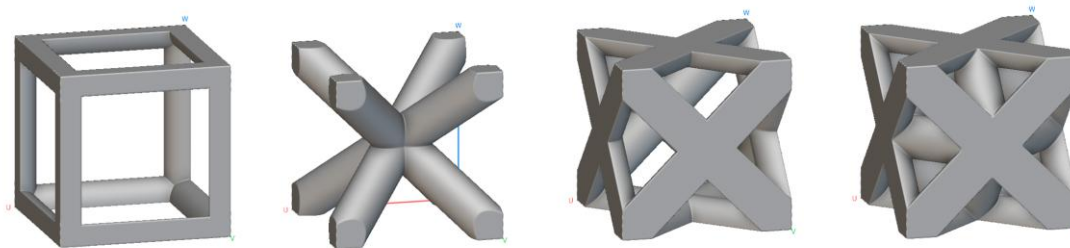
Obr. 2-11 Příklad chování jednoduchých 2D struktur pod zatížením: (a) $M < 0$ ze struktury se stává mechanismus a vykazuje *bending-dominated* chování; (b) $M = 0$ všechny elementy jsou zatíženy tahem – *stretching-dominated* [29]

Maxwellovo kritérium je formulováno pro idealizovaný kloubový rám s tuhými pruty; reálné struktury z PBF mají tuhé uzly a konečnou tloušťku prutů, takže hranice není ostrá. Bhate [30] zdůrazňuje, že reálné chování závisí i na štíhlosti prutů, tuhosti uzlů a směru zatížení. U TPMS s kontinuálními stěnami bez diskretních prutů toto kritérium nelze přímo aplikovat, nicméně experimentální data ukazují, že tyto struktury se chovají *stretching-dominated* [31].

2.3.4 Prutové (strut-based) struktury

Prutové struktury tvoří historicky nejstarší a nejrozšířenější třídu *lattice* struktur. Vybrané topologie:

- **Simple Cubic (SC)** – pruty podél tří kartézských os; silně anizotropní; $M = -6$, *bending – dominated*. Obsahuje horizontální pruty, a je tedy pro PBF aditivní výrobu nevhodná.
- **Body-Centered Cubic (BCC)** – tělesové úhlopříčky krychle svírající s horizontálou úhel o velikosti $35,26^\circ$; *bending – dominated* ($M = -13$).
- **Face-Centered Cubic (FCC)** – stěnové úhlopříčky krychle; obsahuje horizontální pruty → problematická výrobitelnost pomocí PBF. Podle Maxwellova kritéria je *bending – dominated* ($M = -12$).
- **Octet-truss** – kombinace centrálního oktaedru a osmi tetraedrů; $M = 0$ → staticky určitá – *stretching-dominated*. Referenční topologie pro porovnávání ostatních prutových struktur. Přítomnost horizontálních prutů však způsobuje velké rozměrové odchylky při výrobě pomocí L-PBF +65 % (horizontální) a +35 % (šikmé pod 45°), jak dokládá test výrobitelnosti v kapitole 4.1.6.



Obr. 2-12 Prutové struktury; Zleva: Simple Cubic (SC), Body-Centered Cubic (BCC), Face-Centered Cubic (FCC), Octet-truss

2.3.5 Triply Periodic Minimal Surfaces (TPMS)

Triply Periodic Minimal Surfaces jsou plochy s nulovou střední křivostí ($H = 0$) periodické ve všech třech prostorových směrech. Studium sahá do 19. století – Schwarz (1865) popsal plochy Primitive (P) a Diamond (D). Klíčovým milníkem byla práce Alana Schoena (1970, NASA TN D-5541), který popsal dvanáct nových TPMS bez „sebeprůniků“ (*self-intersections*), včetně Gyroidu – plochy výjimečné absencí jakýchkoliv rovinných symetrií [32].

Jak vyplývá z geometrie TPMS topologií, nelze na ně aplikovat Maxwellovo kritérium a rozdělit je tedy podle způsobu namáhání (*bending/stretching-dominated*). Tyto struktury jsou vždy namáhány kombinovaně, ale z pozorování tvaru *stress-strain* křivek (deformační křivky) nebo fitováním hodnot exponentu n v Gibson-Ashbyho modelu lze nepřímo vyvodit dominantní převod zatížení.

Pro inženýrské aplikace se TPMS aproximují trigonometrickými rovnicemi s periodou buňky a (*cell size*) a prahovou konstantou t řídící relativní hustotu [33] [34]. nTopology uvádí jejich definici pomocí těchto rovnic [35]:

- **Schwarz Primitive (P):**

$$\cos(x) + \cos(y) + \cos(z) = t \quad (6)$$

- **Schoen Gyroid (G):**

$$\sin(x)\cos(y) + \sin(y)\cos(z) + \sin(z)\cos(x) = t \quad (7)$$

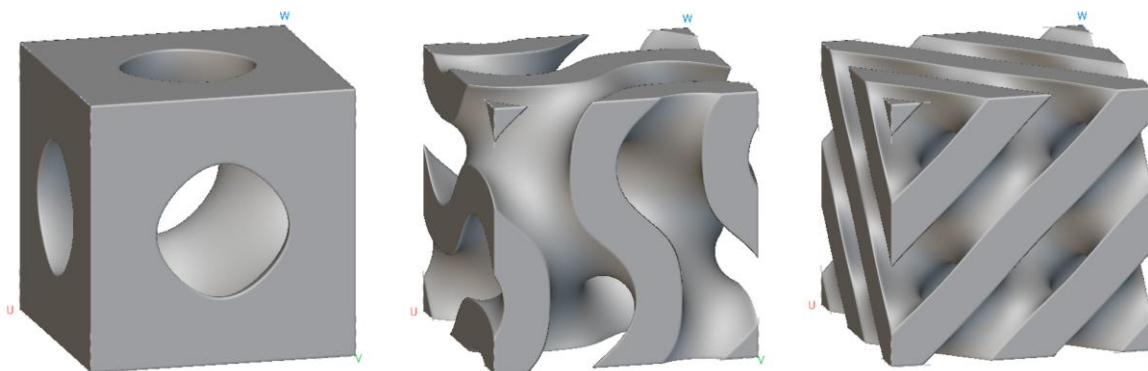
- **Schwarz Diamond (D):**

$$\begin{aligned} \sin(x)\sin(y)\sin(z) + \sin(x)\cos(y)\cos(z) + \cos(x)\sin(y)\cos(z) + \\ + \cos(x)\cos(y)\sin(z) = t \end{aligned} \quad (8)$$

- **SplitP** – modifikace Schwarzovy P-plochy s odděleným propojením kanálů.

$$1,1 \cdot (\sin(2x)\sin(z)\cos(y) + \sin(2y)\sin(x)\cos(z) + \sin(2z)\sin(y)\cos(x)) - \\ - 0,2 \cdot (\cos(2x)\cos(2y) + \cos(2y)\cos(2z) + \cos(2z)\cos(2x)) - \\ - 0,4 \cdot (\cos(2x) + \cos(2y) + \cos(2z)) = t \quad (9)$$

kde argument trigonometrických funkcí je $2\pi x/a$, $2\pi y/a$, $2\pi z/a$ (perioda buňky a); plná rozepsaná forma plochy Diamond obsahuje čtyři členy [33]. Hodnota $t = 0$ odpovídá čisté minimální ploše rozdělující prostor na dvě rovnocenné prostorové sítě. Tato reprezentace je v nTopu implementována přímo jako implicitní funkce [22].

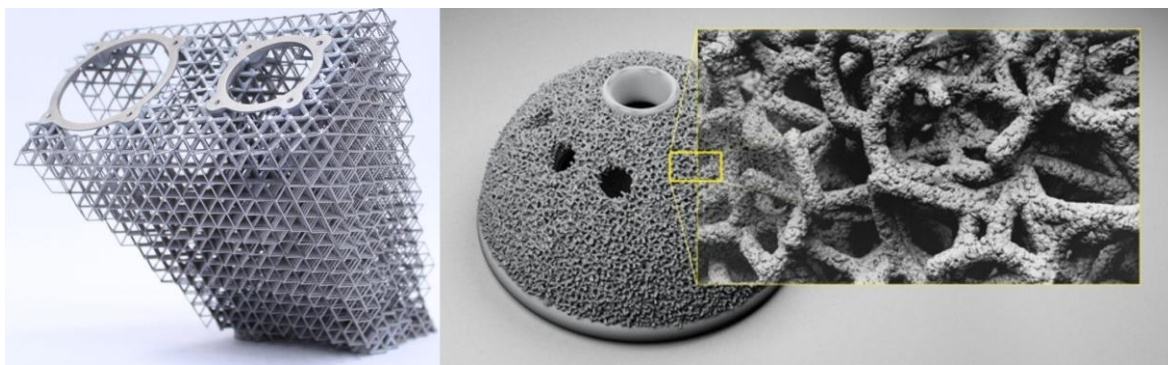


Obr. 2-13 Zleva: Schwarz Primitive, Schoen Gyroid, Schwarz Diamond

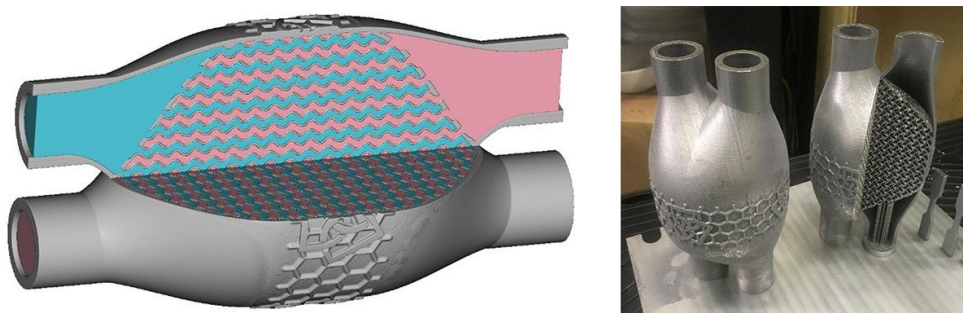
2.3.6 Aplikace strukturovaného materiálu

Lattice struktury nalézají uplatnění v řadě průmyslových oblastí:

- **Letectví, kosmonautika a obrana:** odlehčování konstrukčních dílů (závěsy motorů, rámy satelitů, díly nosníků) – každý ušetřený gram se přímo promítá do provozního zatížení, doletu nebo dojezdu [36]. Obr. 2-14
- **Automotive a motorsport:** odlehčené díly podvozku, brzdové třmeny, výměníky tepla integrované do nosné struktury [2]. Obr. 2-5
- **Bezpilotní prostředky (UAV):** rámy a ramena dronů, kde mimořádný důraz na měrnou tuhost přímo motivuje předkládanou práci.
- **Medicína:** porézní implantáty s morfologií napodobující kostní tkáň a podporující osseointegraci (strůstání implantátu s kostí) [37]. Obr. 2-14
- **Tepelné výměníky:** TPMS *sheet-network* geometrie přirozeně vytváří dva oddělené kanálové systémy – ideální pro tepelné výměníky [38]. Obr. 2-15
- **Absorbéry energie:** *bending-dominated* struktury s rozsáhlým plastickým plató na deformační křivce optimálně absorbují kinetickou energii při nárazech [39] [27].



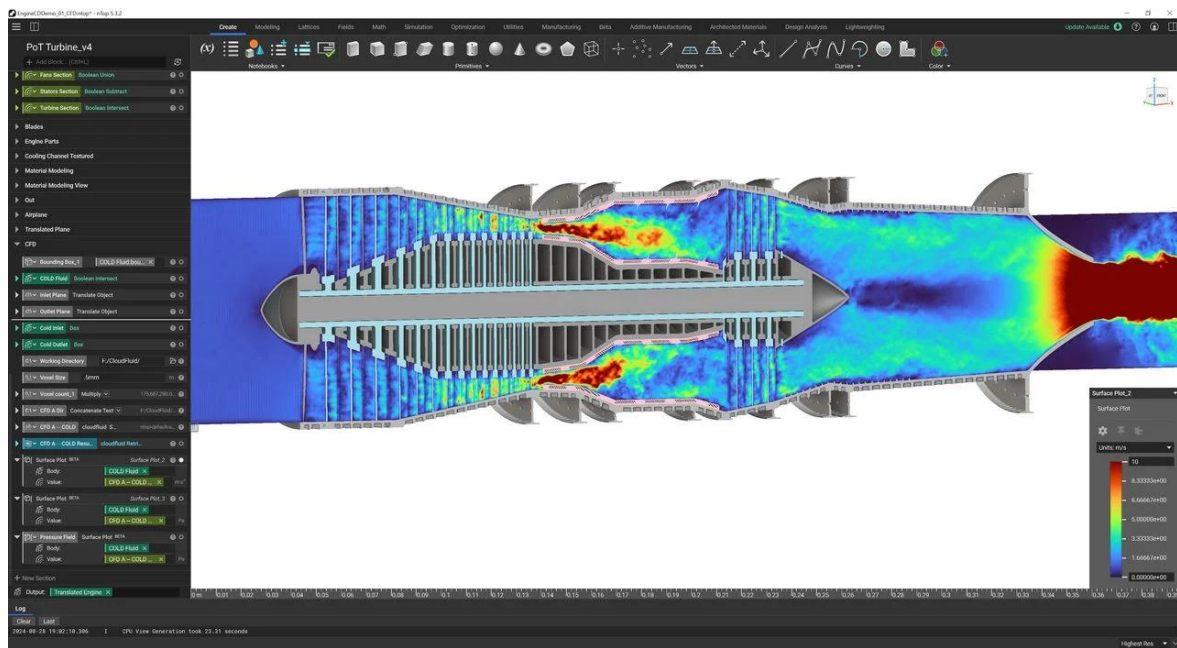
Obr. 2-14 Konzola satelitu pro Evropskou vesmírnou agenturu (ESA) (vlevo); Poréznost implantátů podporuje hojení kostí a růst cév (vpravo) [40] a [41]



Obr. 2-15 Řez aditivně vyrobeným tepelným výměníkem obsahujícím teplé a studené kanály (vlevo) a vyrobená součást (vpravo) [42]

2.3.7 Komerční software pro lattice design

V oblasti návrhu porézních struktur zaujímá *nTop* od nTopology specifické postavení díky důslednému využití implicitní reprezentace geometrie a konceptu *Field-Driven Designu* [30]. Implicitní model není limitován počtem buněk jako konvenční B-rep (*Boundary representation*) geometrie, umožňuje robustní booleovské operace, plynulé funkčně gradované přechody parametrů buňky a okamžité převedení výsledků MKP zpět do geometrie pomocí polí. Ostatní komerční nástroje pracují primárně v jiných doménách aditivní výroby: *Materialise Magics* a *Autodesk Netfabb* jsou nástroje pro přípravu dat pro AM (nesting, generování podpor, slicing), kde funkce náhrady objemu *lattice* strukturou je doplňková; *Altair Inspire* je primárně nástroj pro topologickou optimalizaci a strukturní analýzu, v němž jsou *lattice* funkce součástí širšího CAE workflow. Pro integrovaný návrh optimalizovaných strukturovaných komponent s vysokým rozlišením tak *nTop* v současnosti nemá přímou konkurenci, což jej činí přirozenou volbou pro workflow předkládané práce.



Obr. 2-16 Pokročilá CFD (Computer-Fluid-Dynamics) analýza proudového motoru v nTopu [43]

2.4 Homogenizace

Periodické struktury představují klíčový nástroj pro tvorbu odlehčených dílů vyráběných aditivními technologiemi. Jejich periodická vnitřní geometrie umožňuje dosáhnout výjimečného poměru tuhosti a hmotnosti [27], avšak přímá MKP analýza takového dílu by vedla k modelům s desítkami milionů stupňů volnosti – pro dostupnou pracovní stanici velmi obtížně řešitelné v přijatelném čase. **Homogenizace** tento problém řeší nahrazením explicitní geometrie buňky struktury ekvivalentním homogenním kontinuem, jehož efektivní mechanické vlastnosti jsou odvozeny z chování reprezentativního objemového elementu (RVE) [25].

Výstupem homogenizace je efektivní matice tuhosti C^* , která plně popisuje anizotropní chování dané topologie při zvolené relativní hustotě [44]. Tuto matici lze následně využít dvěma způsoby: (a) jako rychlý náhradní materiálový model pro rychlé porovnání mechanických vlastností jednotlivých periodických struktur, a (b) jako vstupní parametr pro topologickou optimalizaci [16], která pracuje přímo se skutečnými mechanickými vlastnostmi budoucí struktury, nikoliv s idealizovaným izotropním materiálem. Oba způsoby jsou v této práci použity – kapitoly 4.1 a 4.2

C_{11}	C_{12}	C_{13}	C_{14}	C_{15}	C_{16}
C_{12}	C_{22}	C_{23}	C_{24}	C_{25}	C_{26}
C_{13}	C_{23}	C_{33}	C_{34}	C_{35}	C_{36}
C_{14}	C_{24}	C_{34}	C_{44}	C_{45}	C_{46}
C_{15}	C_{25}	C_{35}	C_{45}	C_{55}	C_{56}
C_{16}	C_{26}	C_{36}	C_{46}	C_{56}	C_{66}

Obr. 2-17 Efektivní matice tuhosti C^* , která je výstupem homogenizace; červeně je označeno 21 nezávislých složek tuhosti C_{ij} , zbytek matice obsahuje nuly [45]

Homogenizace, však není vhodná pro validaci finálního návrhu, jelikož se jedná o pouhou aproximaci strukturovaného materiálu a neuvažuje vlivy koncentrace napětí, které v reálné topologii nastanou. Pro zahrnutí špiček napětí v MKP reprezentaci geometrie je vhodné použít Shell nebo Solid prvky (viz kapitola 4.2). Homogenizace je také přesnější při použití velkého počtu buněk.

Homogenizační teorie je založena na předpokladu separace dvou charakteristických délek: makroskopické délky L konstrukčního dílu a mikroskopické délky ε jednotkové buňky [25]. Pro platnost homogenizačního přístupu musí být splněna podmínka:

$$\frac{\varepsilon}{L} \ll 1 \quad (10)$$

V případě ramena kvadroptéry platí $L \approx 200$ mm a $\varepsilon = 5$ mm, tedy $\varepsilon/L = 0,025$, což podmínku spolehlivě splňuje, avšak výsledný topologicky optimalizovaný tvar bude obsahovat tenké části, pro které tento předpoklad nebude splněn. Z tohoto důvodu je nutné výsledek verifikovat jinou metodou MKP než pomocí homogenizace, avšak pro porovnání struktur a provedení topologické optimalizace je tento postup vhodný.

Efektivní matice tuhosti C^* je definována vztahem mezi objemovými průměry napětí a přetvoření v RVE, kde i, j jsou indexy prvků ve zjednodušeném zápise zobecněného Hookeova zákona:

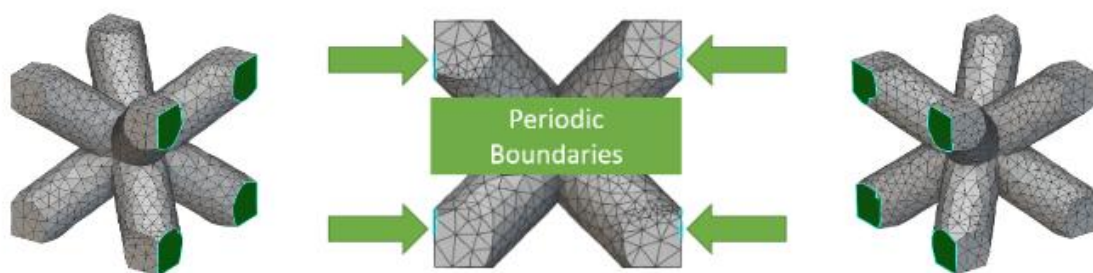
$$\langle \sigma_i \rangle = C_{ij}^* \langle \varepsilon_j \rangle \quad (11)$$

Jeho složky se získají aplikací šesti nezávislých makroskopických přetvoření ε_j (tři normálová a tři smyková) na RVE a vyhodnocením průměrované napěťové odezvy σ_i [46]. V nTopu blok *Homogenize Unit Cell* vyhodnocuje kompletní anizotropní matice C^* s 21 nezávislými složkami C_{ij} [46]. Výsledný plně anizotropní materiálový model je pak použit jako vstup pro navazující statickou MKP analýzu.

Numerická implementace využívá MKP model RVE s periodickými okrajovými podmínkami (*Periodic Boundary Conditions* = PBC), které zaručují, že RVE se chová jako nekonečný periodický materiál bez artefaktů od volných okrajů:

$$u(x + Y) - u(x) = \bar{\varepsilon} \cdot Y, \quad \forall x \in \partial Y \quad (12)$$

kde u je vektor posunutí, Y je vektor translace buňky a $\bar{\varepsilon}$ předepsané makroskopické přetvoření [47]. V prostředí nTopu je tato podmínka implementována automaticky blokem *Homogenize Material*, který spojuje uzly na protilehlých stěnách RVE a vynucuje periodicitu bez manuálního definování vazeb.



Obr. 2-18 Periodické okrajové podmínky na RVE [46]

3 ANALÝZA PROBLÉMU A CÍL PRÁCE

3.1 Analýza problému

Předkládaná práce vznikla ve spolupráci se studentským spolkem **Brno Mars Rover**, který ve svých projektech využívá kvadrokoptéry jako podpůrné vzdušné prostředky. Stávající plastová ramena dronu jsou při provozu limitujícím článkem z hlediska tuhosti – průhyb a vibrace ramen negativně ovlivňují stabilitu letu a přesnost řízení. Cílem spolupráce je tato ramena nahradit díly z AlSi10Mg vyrobenými technologií L-PBF, které při hmotnosti srovnatelné s původním plastovým dílem dosáhne výrazně vyšší tuhosti, a tím zlepší letové vlastnosti celé sestavy. Tato aplikační vazba zároveň stanovuje konkrétní konstrukční rozhraní (úchyty motoru, tělo dronu) a výrobní kontext, které jsou závazné po celou dobu řešení.

Přehled současného stavu poznání vymezil tři tematické oblasti – **aditivní výrobu** (PBF / AlSi10Mg), **topologickou optimalizaci** (SIMP a Field-Driven Design) a **strukturované materiály** (prutové struktury a TPMS) – jejichž propojení tvoří metodický základ předkládané práce. Na základě kritické rešerše lze identifikovat následující problémy a omezující parametry, které je nutné vyřešit pro splnění zadání:

- **Výběr topologie strukturovaného materiálu.** Literatura popisuje desítky periodických topologií strukturovaných materiálů lišících se mechanismem přenosu zatížení (*bending-dominated* vs. *stretching-dominated*), poměrem tuhosti a hmotnosti a vyrobitelností technologií PBF. Pro konkrétní aplikaci – rameno dronu zatížené primárně ohybem a kroucením – dosud chybí systematické, kvantitativní srovnání prutových struktur (BCC, FCC, Octet, Simple Cubic) a TPMS (Gyroid, Schwarz P, Diamond, SplitP) v ohybu za srovnatelných podmínek relativní hustoty. Bez takového srovnání nelze odůvodněně zvolit topologii pro finální návrh.
- **Výpočetní náročnost přímé MKP analýzy dílu se strukturovaným materiálem.** Přímá MKP analýza ramene s explicitně modelovanou strukturou o průměru prutů řádu desetin milimetru by generovala modely s desítkami až stovkami milionů stupňů volnosti, které jsou na standardní pracovní stanici prakticky neřešitelné v přijatelném čase. Je nutné zavést metodu homogenizace – náhrady explicitní geometrie ekvivalentním homogenním kontínuem – a ověřit, že efektivní vlastnosti odvozené z RVE analýzy věrně popisují chování celého dílu.
- **Konstrukční omezení vyplývající z technologie PBF.** Kritický úhel převisu ($\sim 45^\circ$) omezuje vyrobitelnost topologií s horizontálními prvky. Velmi tenké pruty (průměr < 2 mm) vykazují *size effect*, rozměrové odchylky a zvýšenou povrchovou drsnost oproti plnostěnným dílům. Z toho plyne nutnost zahrnout kritéria vyrobitelnosti do výběru topologií a experimentálně ověřit mezní výrobní parametry vyrobených vzorků.

- **Převod výsledku topologické optimalizace na díl se strukturovaným materiálem.** Topologická optimalizace metodou SIMP poskytuje hustotní pole definující optimální rozložení materiálu v návrhovém prostoru, nikoli přímo finální geometrii. Výsledek je nutné prahováním převést na binární geometrii, definovat tzv. *baseline* model s vyplněním strukturovaným materiálem a následně metodou *Field-Driven Design* optimalizovat gradientní strukturu, jejíž tloušťka stěny / průměr prutu jsou lokálně přizpůsobeny napětovému poli ze statické MKP analýzy. Tento integrovaný postup – homogenizace → topologická optimalizace → FDD gradient → MKP validace – nebyl pro rameno kvadrokoptéry z AlSi10Mg dosud zdokumentován.
- **Specifikace okrajových podmínek ramene.** Vstupními parametry pro topologickou optimalizaci i MKP analýzu jsou silové účinky od motoru (tah a kroutící moment), vlastní hmotnost a dynamické rázy. Tyto hodnoty je nutné odvodit z dostupných parametrů konkrétní sestavy dronu a konzervativně je idealizovat pro statickou analýzu.
- **Experimentální ověření výsledků MKP a reálného chování dílu.** Numerické simulace jsou zatíženy zjednodušujícími předpoklady (ideální geometrie, homogenní materiálové vlastnosti, statické zatížení), které nemusí plně postihnout reálné chování vyrobeného dílu. Je proto nutné výsledky MKP experimentálně ověřit mechanickými zkouškami fyzicky vyrobených ramen a v závěru otestovat součást v reálném provozu montáží na dron.

3.2 Cíl práce

Cílem předkládané bakalářské práce je navrhnout rameno kvadrokoptéry z AlSi10Mg vyrobitelné technologií Selective Laser Melting s využitím strukturovaného materiálu a topologické optimalizace tak, aby při hmotnosti srovnatelné s původním plastovým dílem bylo maximalizována tuhost konstrukce. Výsledky práce budou přímo aplikovatelné na dron využívaný studentským spolkem Brno Mars Rover.

Dílní cíle práce jsou:

- 1 **Systematicky porovnat mechanické vlastnosti vybraných topologií strukturovaných materiálů** (prutových i TPMS) při stejné relativní hustotě pomocí homogenizace a na základě výsledků zúžit výběr pro další optimalizaci.
- 2 **Provést topologickou optimalizaci ramene kvadrokoptéry** v prostředí nTop metodou SIMP a definovat *baseline* model s vyplněním strukturovaným materiálem pro obě vybrané topologie.
- 3 **Navrhnout gradientní struktury metodou Field-Driven Design**, u nichž je tloušťka stěny / průměr prutu řízen napětovým polem ze statické MKP analýzy, a iteračně optimalizovat konfiguraci za cílem maximalizace poměru tuhosti a hmotnosti.

- 4 **Porovnat tyto varianty pomocí statické MKP** analýzy z hlediska tuhosti, hmotnosti a napěťové odezvy a formulovat doporučení pro výběr finálního konstrukčního řešení.
- 5 **Experimentálně otestovat vyrobená ramena** mechanickými zkouškami, porovnat naměřené hodnoty tuhosti a pevnosti s výsledky MKP a zhodnotit shodu numerického modelu s reálným chováním dílu.
- 6 **Ověřit funkčnost finálního konstrukčního řešení** v reálném provozu montáží vyrobených ramen na dron spolku Brno Mars Rover a provedením zkušebního letu.

4 KONCEPČNÍ ŘEŠENÍ

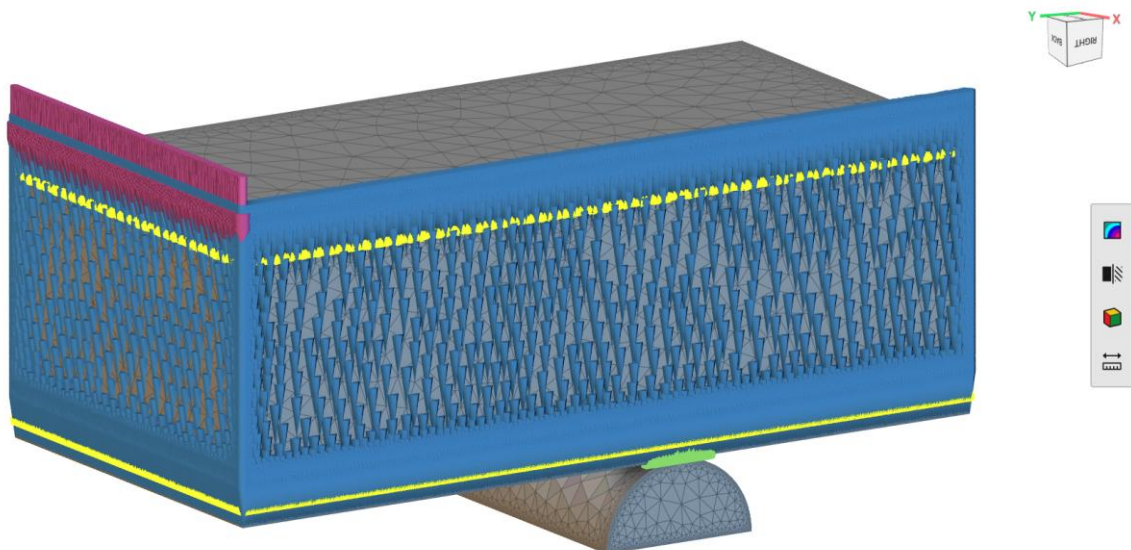
4.1 Srovnání topologií

4.1.1 Metoda porovnání topologií

Pro objektivní srovnání topologií byla zvolena metoda simulovaného třibodového ohybového testu (*three-point bend test*). Tato metodika byla inspirována studií Lin, et al [48], která systematicky analyzuje mechanickou odezvu TPMS jader v sendvičových panelech a poskytuje i analytické vztahy pro výpočet průhybu. *Three-point bending* je pro sendvičové struktury preferován před jednoosou tlakovou zkouškou RVE, protože současně testuje ohybovou i smykovou tuhost jádra – dva mechanismy, které rozhodují o reálné výkonnosti dílu při kombinovaném zatížení. Použití sendvičového bloku místo pouhého strukturovaného materiálu nám zjednoduší umístění okrajových podmínek v samotném MKP řešiči.

Zkušební vzorek měl formu **sendvičové struktury**: strukturované jádro z dané topologie (tloušťka jádra 15 mm) obložené z obou stran pláty o tloušťce **1 mm** ze stejného materiálu (AlSi10Mg). Půdorysné rozměry vzorku byly 50×100 mm, velikost buňky struktury vstupující do homogenizace 5 mm.

- **Využití čtvrtinové symetrie.** Vzhledem ke dvěma rovinám symetrie vzorku (podélná a příčná rovina procházející středem zatížení) byl modelován pouze jeden kvadrant sendvičového tělesa o rozměrech **25 × 50 mm** a symetrickými okrajovými podmínkami na řezech. Toto zjednodušení snížilo výpočetní náročnost bez ztráty přesnosti a umožnilo provést 8 nezávislých simulací pro všechny topologie na dostupném hardwaru.
- **Zatížení a okrajové podmínky.** Zatížení bylo aplikováno jako vertikálně orientovaná síla **F = 25 N** působící přímo dolů na horní hranu kvadrantu v místě středu celkového vzorku. Válcová podpora byla umístěna na spodní hraně **30 mm od místa působení síly**, což v plném modelu odpovídá rozpětí podpor 60 mm. Na rozhraní podpěrného válce a sendviče byl přidán *Structural Contact* typu *No Separation* zamezující posuvy v normálové rovině a umožňující pohyb v rovině tangenciální (viz Obr. 4-1). Podpěrný válec měl zamezeny všechny posuvy i rotace.
- **Sledovaná veličina.** Primárním výstupem byl maximální průhyb $u_{\max}$ vzorku, který inverzně vyjadřuje tuhost dané topologie (nižší průhyb = vyšší tuhost). Volba průhybu místo absolutních složek matice C^* je záměrná – měření je přímo aplikačně relevantní a umožňuje intuitivní porovnání napříč topologiemi bez nutnosti interpretace všech 21 nezávislých elastických složek. Užití homogenizace také umožní vizualizaci směrového Youngova modulu pružnosti pro každou topologii (směrová tuhost struktury, viz Obr. 4-2)



Obr. 4-1 Schéma symetrického modelu *Three-Point Bend* testu s vyznačenými okrajovými podmínkami: Síla $F = 25 \text{ N}$ (ružová); *Tie Constraint* mezi jádrem a pláty (žlutá); *Displacement Restraint* rovin symetrie (modrá); *Structural Contact – No Separation* (zelená)

4.1.2 Analyzované topologie

Srovnávací analýza byla provedena pro osm topologií reprezentujících dvě hlavní kategorie periodických struktur. Všechny buňky byly normalizovány na jednotkovou délku 5 mm a analyzovány při relativní hustotě $\rho^*/\rho_{(s)} = 30 \%$.

Prutové topologie

Detailní popis jednotlivých prutových topologií spolu s Maxwellovým číslem M je uveden v kapitole 2.3.4. Pro porovnání homogenizací byly zvoleni čtyři zástupci – **Simple Cubic**, **FCC**, **BCC**, **Octet**

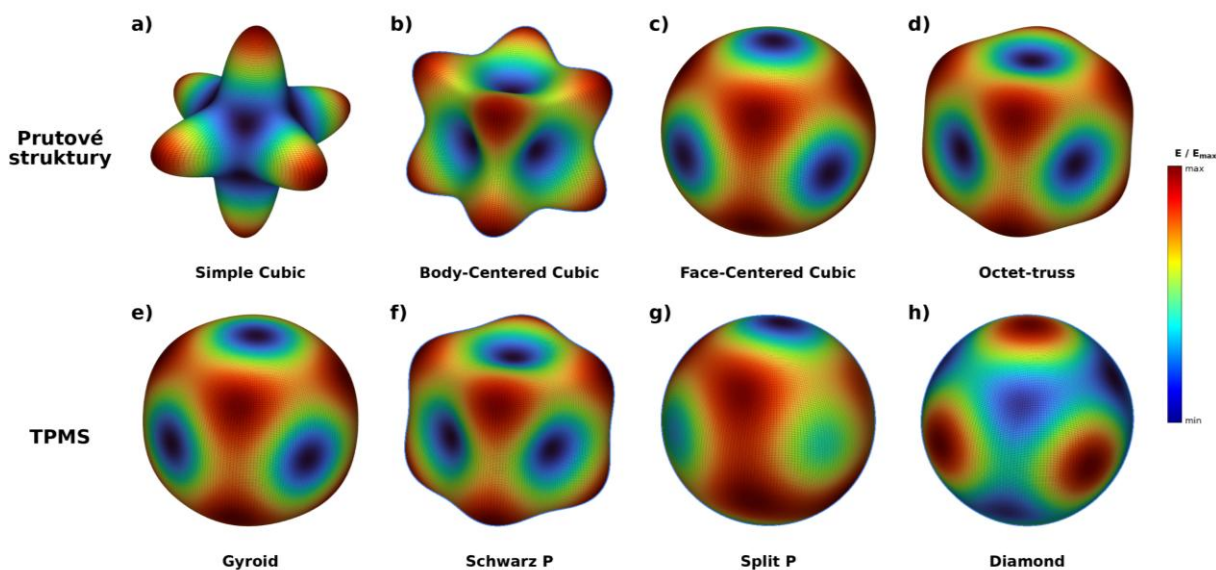
TPMS topologie

Definice a hlavní vlastnosti TPMS (implicitní plochy s nulovou střední křivostí, periodické ve třech prostorových směrech) jsou shrnuty v kapitole 2.3.5 V této kapitole jsou pro porovnání použity čtyři TPMS topologie – **Gyroid**, **Diamond**, **Schwarz P** a **Split P**

4.1.3 Postup homogenizace v nTopu

Pro každou z osmi topologií byl v nTopu proveden následující postup:

- **Definice geometrie RVE:** Buňka $5 \times 5 \times 5$ mm vytvořena dedikovaným blokem. Relativní hustota $\rho^*/\rho_{(s)} = 30\%$ byla řízena průměrem prutu (prutové topologie) nebo tloušťkou stěny t (TPMS).
- **Sít'ování:** Standardní postup *Mesh from implicit body – Remesh surface – FE Mesh* – pro TPMS síť zahuštěná v oblastech vysoké křivosti.
- **Aplikace PBC:** Blok *Homogenize Unit Cell* automaticky spojuje uzly na protilehlých stěnách buňky a aplikuje periodické okrajové podmínky. Vstupem jsou vlastnosti plného materiálu AlSi10Mg z knihovny nTopu. Youngův modul pružnosti $E = 70$ GPa, poissonovo číslo $\nu = 0,33$, modul pružnosti ve smyku $G = 26,3$ GPa
- **Výpočet C^* :** Solver provedl šest nezávislých zatěžovacích analýz a sestavil symetrickou matici $C^* 6 \times 6$ (21 nezávislých složek)[46].
- **Integrace do ohybového testu:** Homogenizovaný materiál byl aplikován na strukturované jádro sendvičového modelu a provedena statická MKP analýza na čtvrtinovém modelu se symetrickými okrajovými podmínkami.



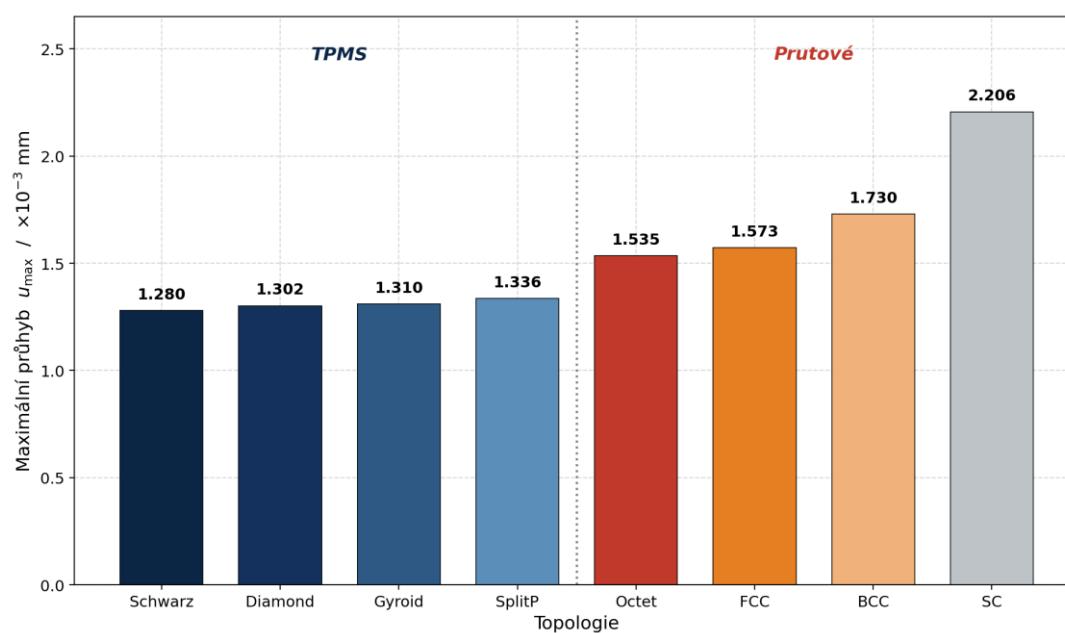
Obr. 4-2 Vizuální reprezentace směrového Youngova modulu pružnosti posuzovaných topologií

4.1.4 Výsledky porovnání tuhosti

- Výsledky ohybového testu jsou shrnuty v Tab. 1 a vizualizovány v Obr. 4-3. Hodnoty reprezentují maximální průhyb středového bodu sendvičového vzorku při zatěžování dle kapitoly 4.1.1.

Tab. 1 Maximální průhyb v tříbodovém ohybovém testu pro jednotlivé topologie ($\rho^* / \rho_{(S)} = 30 \%$, $F = 25 \text{ N}$)

Topologie	$u_{\max} / \mu\text{m}$	Kategorie
Schwarz P	1,280	TPMS
Diamond	1,302	TPMS
Gyroid	1,310	TPMS
Split P	1,336	TPMS
Octet	1,535	Prutová
FCC	1,573	Prutová
BCC	1,730	Prutová
Simple Cubic	2,206	Prutová

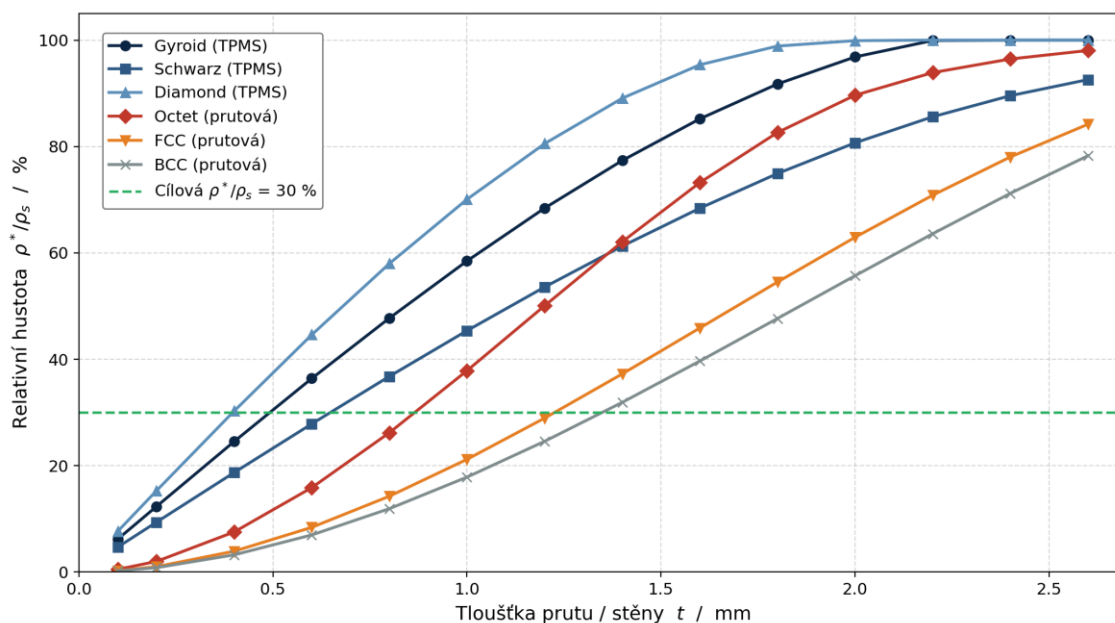


Obr. 4-3 Porovnání tuhosti homogenizovaných topologií v tříbodovém ohybovém testu

Všechny čtyři TPMS topologie vykazují nižší průhyb (vyšší tuhost) než všechny analyzované prutové struktury. Nejtužší konfigurací při $\rho^* / \rho_s = 30 \%$ je Schwarz ($1,280 \times 10^{-3} \text{ mm}$), následovaná Diamondem (1,302), Gyroidem (1,310) a SplitP (1,336). Nejlepší prutová topologie – Octet – dosahuje $1,535 \times 10^{-3} \text{ mm}$, tedy o 19,9 % vyššího průhybu než Schwarz. Toto rozdělení na dvě kategorie je v datech velmi zřetelné a potvrzuje kvalitativní rozdíl mezi oběma hlavními skupinami. TPMS topologie jsou tužší, jelikož plynulá geometrie bez uzlových koncentrátorů napětí umožňuje efektivnější přenos zatížení při kombinovaném namáhání [49]. **Octet dosáhl v testu nejvyšší tuhosti ze všech prutových topologií**, v souladu s jeho *stretching-dominated* charakterem [50] a Maxwellovým kritériem stability [27]

4.1.5 Návrhová mapa: relativní hustota, tloušťka a velikost buňky

Pro praktický návrh ramene je klíčová znalost, jak se relativní hustota mění v závislosti na geometrických parametrech buňky (tloušťka prutu/stěny, velikost buňky). Tato závislost určuje, při jakých rozměrech lze dosáhnout cílové relativní hustoty. Následující grafy shrnují výsledky parametrické studie pro všech šest hlavních topologií.



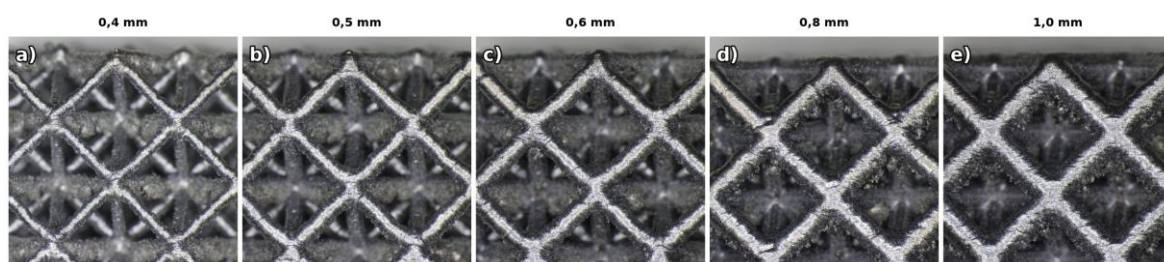
Obr. 4-4 Závislost relativní hustoty na tloušťce prutu/stěny (konstantní cell size $a = 5 \text{ mm}$)

Obr. 4-4 ukazuje, že jednotlivé topologie mají při stejné tloušťce výrazně jiné relativní hustoty. Toto je důležitý poznatek pro naši aplikaci, jelikož cílem je minimalizovat hmotnost. Výhodou nižší RD je, že při daném výrobním omezení (minimální tloušťka prutu/stěny) získáme lehčí strukturu, a tedy i lehčí součást.

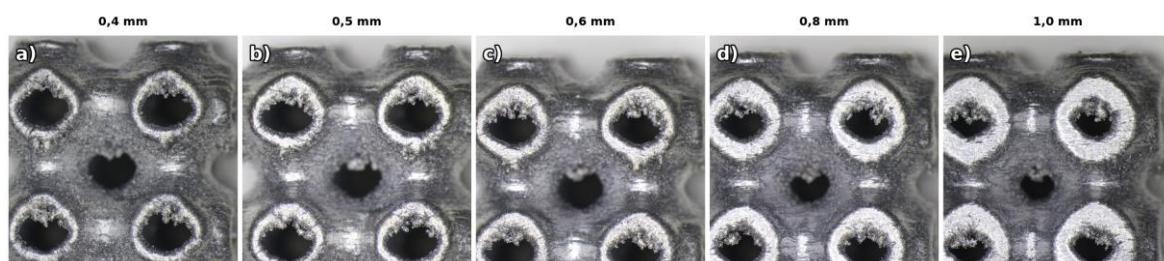
Tloušťka prutu/stěny t je spolu s velikostí buňky a jedinou možností, jak manipulovat s relativní hustotou $\rho^* / \rho_{(s)}$. *Strut-based lattices* (FCC, BCC, Octet) by mohly mít i menší velikost buňky při zachování požadované relativní hustoty. Tímto se více přiblížíme k předpokladu homogenizace probíraném v kapitole 2.4, jelikož v daném objemu součásti se bude nacházet více buněk.

4.1.6 Experimentální testy vyrobiteľnosti

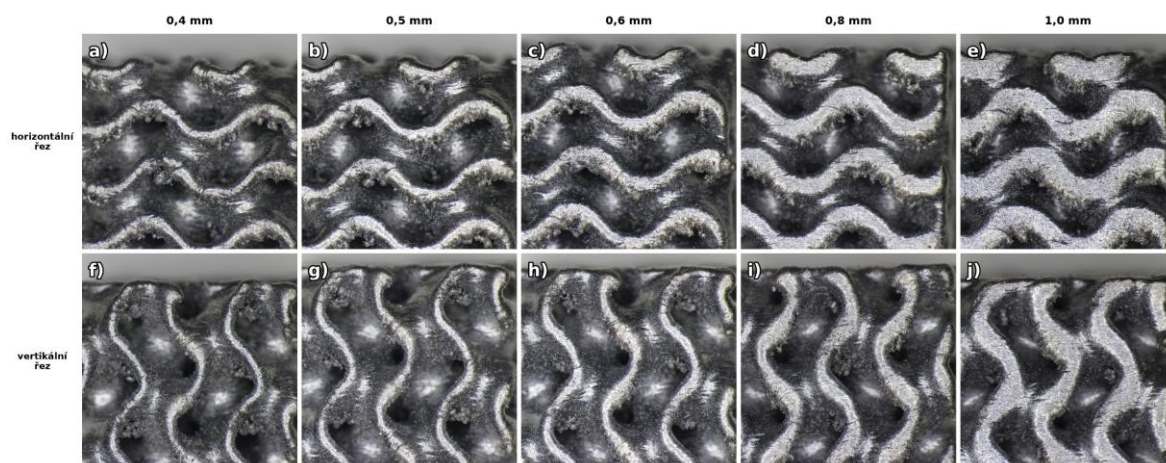
Homogenizační analýza je platná pouze za předpokladu, že reálná vyrobená geometrie odpovídá CAD modelu. U PBF procesu je však známo, že vlivem částečného spékání okolního prášku a roztékání taveniny dochází k systematickému nárůstu skutečného průřezu prutů oproti návrhu a vzniku satelitů (připečené kuličky). Pro kvantifikaci této odchylky byly vyrobeny testovací vzorky Octet, Gyroid a Schwarz o nominální tloušťce prutů/stěn 0,4 – 1,0 mm nafoceny za využití mikroskopu a změřeny pomocí softwaru QuickPhoto. Pro každý vzorek bylo vždy změřeno 2×15 hodnot (3 hodnoty na 5 různých horizontálních prutech, a to stejně i na šikmých).



Obr. 4-5 Vzorky Octetu pod mikroskopem (x16 zoom) s nominálními průměry prutů: (a) 0,4 mm (b) 0,5 mm (c) 0,6 mm (d) 0,8 mm (e) 1,0 mm



Obr. 4-6 Vzorky Schwarz P pod mikroskopem (x16 zoom) s nominálními tloušťkou: (a) 0,4 mm (b) 0,5 mm (c) 0,6 mm (d) 0,8 mm (e) 1,0 mm

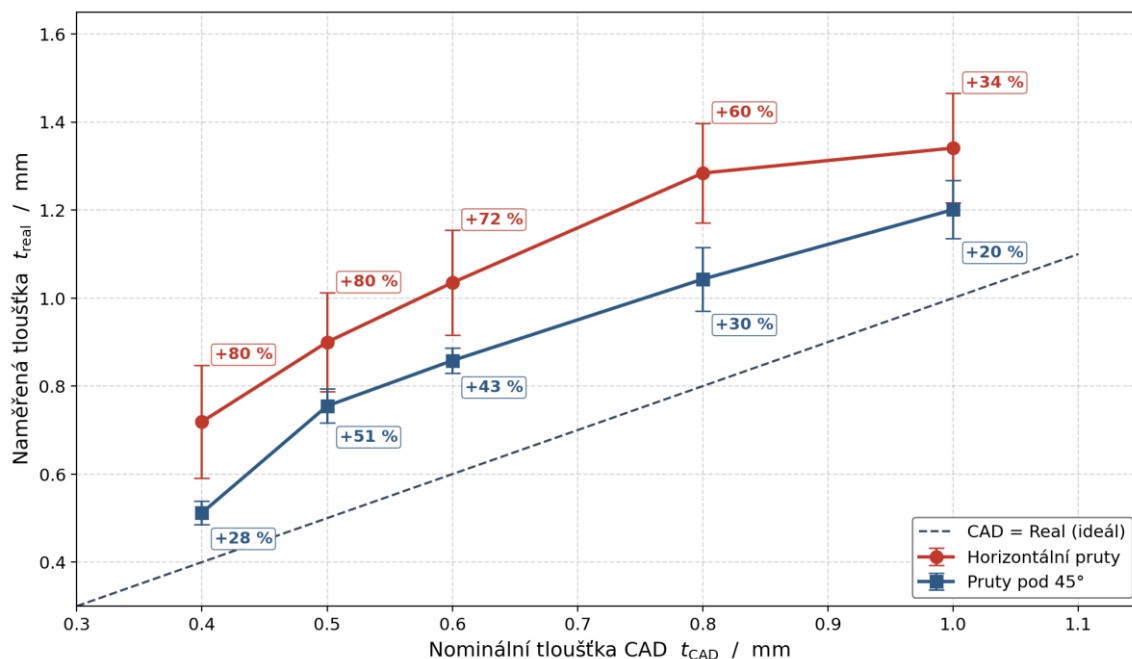


Obr. 4-7 Vzorky Gyroidu pod mikroskopem (x16 zoom) s nominálními tloušťkami: (a), (f) 0,4mm (b), (g) 0,5mm (c), (h) 0,6mm (d), (i) 0,8mm (e), (j) 1,0mm; (a – e) – řez horizontální rovinou; (f – j) – řez vertikální rovinou

Tab. 2 Rozměrová přesnost vyrobených Octet prutů (průměr z n = 5 prutů v každé orientaci)

t_{CAD}	t_{real-H}	$t_{real-45^\circ}$	σ_H	σ_{45°	Δ_H	Δ_{45°
mm	mm	mm	mm	mm		
0,4	0,719	0,512	0,128	0,027	+79,8 %	+28,0 %
0,5	0,900	0,755	0,112	0,039	+80,0 %	+51,0 %
0,6	1,035	0,858	0,119	0,029	+72,5 %	+43,0 %
0,8	1,284	1,043	0,113	0,072	+60,5 %	+30,4 %
1,0	1,341	1,201	0,124	0,066	+34,1 %	+20,1 %
Ø	—	—	0,119	0,047	+65,4 %	+34,5 %

Kde t_{CAD} je nominální průměr prutu v modelu, t_{real-H} a $t_{real-45^\circ}$ jsou průměrné změřené průměry horizontálních a šikmých prutů Octetu, σ směrodatná odchylka měření (ukazuje, jak moc se mění průměr po střednici prutu) a Δ procentuální odchylka od CAD.



Obr. 4-8 Rozměrová přesnost vyrobených Octet prutů v závislosti na orientaci

Interpretace: Měření odhalilo systematickou kladnou odchylku: horizontální pruty jsou v průměru o **65,4 %** tlustší než CAD model, zatímco šikmé pruty pod 45° pouze o **34,5 %**. Rozdíl je způsoben primárně tím že u horizontálních prutů se roztavený kov více „rozlévá“ vlivem gravitace a dochází ke spékání spodní vrstvy přilehlého prášku. U prutů pod úhlem je tento efekt redukován díky menší kontaktní ploše s práškovým podkladem. Zároveň je pozoruhodné, že u hodnoty 0,4 mm je odchylka poměrně nízká a pak se skokově zvýší. Toto je nejspíše zapříčiněno tím, že laser L-PBF začne procházet každý prut dvakrát, a tak je do okolního prášku vneseno více tepla, což způsobí více připečeného materiálu.

TPMS struktury **Schwarz a Gyroid** je obtížné touto metodou porovnat s CAD modelem, proto je další posuzování jejich minimálních a maximálních výrobitelných tloušťek pouhým konzervativním odhadem.

4.1.7 Výběr topologií pro další optimalizaci

V této fázi návrhu je cílem zúžit původní výběr osmi topologií na dva finalisty reprezentující dva odlišné typy struktur – jednoho zástupce prutových (strut-based) a jednoho zástupce plochových (TPMS) struktur. V této fázi byly tedy navrženy dva koncepty, každé s jinou topologií. Následně je v navazujících kapitolách provedeno jejich detailní porovnání z hlediska reálné výroby, hmotnosti a mechanické odezvy, načež je jeden z nich zvolen jako finální konstrukční řešení pro všechna čtyři ramena kvadrokoptéry.

Hodnocení topologií je opřeno o čtyři praktické aspekty, které se ukázaly jako rozhodující pro danou aplikaci:

- **Mechanické vlastnosti** – tuhost a schopnost přenášet kombinovaná zatížení (ohyb + smyk), tak jak byly kvantifikovány v třibodovém ohybovém testu (Tab. 1).
- **Vyrobitelnost L-PBF** – minimální vyrobitelná tloušťka, rozměrová přesnost oproti CAD modelu (Tab. 2), citlivost na orientaci prutů/stěn a celková robustnost vůči procesním odchylkám.
- **Náročnost na support struktury** – množství podpůrného materiálu potřebného pro úspěšnou výrobu, obtížnost jeho následného odstranění a riziko poškození tenkých částí struktury při manipulaci.
- **Odstranění nespečeného prášku** – schopnost geometrie umožnit gravitační vysypání a profouknutí prášku ze všech vnitřních dutin struktury.

Zúžení výběru v kategorii prutových topologií

Ze čtyř analyzovaných prutových struktur byl na základě výsledků tuhostního porovnání (Tab. 1) vyrazen **Simple Cubic** a **FCC**. **Simple Cubic** vykazoval **nejnižší tuhost ze všech osmi topologií** – o přibližně 70 % horší než TPMS struktury a o 44 % horší než Octet. FCC pak sice dosahuje o něco lepší tuhosti než BCC, ale obsahuje horizontální pruty podobně jako Octet, čímž přenáší jeho problémy s vyrobitelností bez kompenzace vyšší tuhosti. Jako reprezentanty prutových topologií tedy dále zůstávají pouze **Octet** a **BCC** – dvě topologie s jednoznačně nejlepší tuhostí (Octet) a vhodnější geometrií pro L-PBF (BCC).

- **Octet** je *stretching-dominated* strukturou [50], která přenáší zatížení převážně axiálními silami v prutech – na rozdíl od ohybově dominovaných topologií jako BCC. V tuhostním testu se tento předpoklad potvrdil – Octet dosáhl s průhybem $1,535 \times 10^{-3}$ mm nejnižšího průhybu ze všech analyzovaných prutových topologií. Jeho zásadním problémem je však geometrická skladba:

Octet struktura obsahuje pruty ve všech třech ortogonálních osách, tedy i horizontální, které při L-PBF výrobě vykazují téměř dvojnásobnou rozměrovou odchylku oproti prutům pod úhlem 45° oproti horizontální rovině (viz Tab. 2). Z toho důvodu se reálná geometrie Octetu se zásadně liší od CAD modelu, a tedy i od geometrie, pro kterou byla homogenizací vypočtena efektivní matice tuhosti C^* .

To v praxi znamená, že teoretická výhoda Octetu nemusí odpovídat realitě – skutečná tuhost vyrobeného dílu bude řízena kvalitou výroby, nikoliv idealizovanou CAD topologií.

- **BCC** má naopak *bending-dominated* chování s nižší tuhostí ze dvou zbývajících topologií (o 12,7 % horší než Octet). Jeho rozhodující výhodou je však geometrie prutů: tělesové úhlopříčky svírající $35,26^\circ$ s horizontálou – neexistují zde tedy žádné horizontální pruty. To je pro použitý L-PBF AM zcela zásadní, protože právě horizontální pruty, jak se ukázalo, představují zásadní výrobní limitaci (rozlévání tavné lázně, spékání spodní vrstvy prášku).

BCC strukturu lze tedy vyrobit s menší odchylkou vůči CAD modelu a v širším rozsahu relativních hustot než Octet (viz Obr. 4-4), což zjednodušuje následnou manipulaci s lokální tloušťkou při aplikaci *Field-Driven Design* přístupu, která je velkou předností softwaru od nTopology.

- **Poznámka k vlivu materiálu:** Popsané výrobní omezení Octetu je silně vázáno na použitý materiál AlSi10Mg. Tato slitina hliníku je jednou z nejpoužívanějších v PBF výrobě kvůli jejím výborným mechanickým vlastnostem a možnosti následného tepelného zpracování, včetně precipitačního vytvrzení, avšak kvůli kombinaci vysoké tepelné vodivosti, zabíhavosti taveniny (žádoucích vlastností při výrobě konvenčních plnostěnných dílů) a odrazivosti práškového lože (nutná delší doba působení laseru pro přenos tepla to materiálu) není možné dosáhnout tak vysokého rozlišení, a tedy nelze vyrobit extrémně tenké pruty. Například u Ti6Al4V, který má nižší tepelnou vodivost a vyšší teplotu tání, tavná lázeň rychleji tuhne a méně se rozlévá – lze horizontální pruty s tloušťkou do 0,5 mm vytvářet s výrazně menší odchylkou.

Pro jiný materiál (například slitina titanu) by tedy mohl být Octet přijatelný, ale pro danou kombinaci L-PBF systému a AlSi10Mg **představuje BCC prakticky jediné rozumné řešení v kategorii prutových topologií** probíraných v této práci.

Zúžení výběru v kategorii TPMS topologií

Všechny čtyři analyzované TPMS topologie vykazují velmi podobnou tuhost – průhyby se pohybují v úzkém pásmu $1,280 - 1,336 \times 10^{-3}$ mm, tedy rozdíl mezi nejlepším (Schwarz) a nejhorším (SplitP) činí pouhých 4,4 %. V oblasti mechanických vlastností jsou si tedy TPMS téměř rovnocenné a rozhodování je třeba opřít o další kritéria.

Rozhodujícím faktorem se ukázal být **poměr relativní hustoty (RD) a tloušťky stěny** (Obr. 4-4). **Gyroid** a **Schwarz** dosahují cílové RD = 30 % při stejné tloušťce stěny významně dříve – respektive při nižší tloušťce dosahují nižší relativní hustoty – než **Diamond** a **SplitP**. Konkrétně při $t = 0,4$ mm má Gyroid RD ≈ 24 % a Schwarz ≈ 19 %, zatímco Diamond dosahuje RD ≈ 30 % a SplitP podobně. Jinými slovy, pro dosažení stejné relativní hustoty potřebují **Diamond** a **SplitP** tenčí stěny než **Gyroid** a **Schwarz**. To je pro aplikaci s cílem minimalizovat hmotnost při dané výrobní minimální tloušťce klíčová vlastnost – při identické tloušťce stěny (například minimální vyrobitelná 0,5 mm) **získáme z Gyroidu či Schwarze výrazně lehčí strukturu než z Diamondu či SplitP, aniž by se tuhost kategoricky zhoršila.**

Z této dvojice Gyroid a Schwarz má Schwarz mírně lepší tuhost (rozdíl 2,3 %), zatímco Gyroid nabízí několik nemechanických výhod: chirální geometrie bez rovin zrcadlení vede k mechanickému chování, které sice není zcela izotropní, ale z těchto dvou topologií je méně směrově závislé (viz Obr. 4-2 - vizualizace směrového Youngova modulu pružnosti v nTopu, – směrová tuhost), což je v topologicky optimalizovaném dílu s proměnlivou orientací hlavních napětí výhodné. Zároveň má Gyroid otevřenější kanály než Schwarz P, což by teoreticky mělo usnadnit odstranění nespečeného prášku po výrobě. Z těchto důvodů byl jako reprezentant TPMS zvolen **Gyroid**.

4.1.8 Finální dvojice: Gyroid a BCC

Ze zúžení v obou kategoriích vyplývají jako finalisté pro další fázi návrhu **Gyroid** (jako zástupce TPMS) a **BCC** (jako zástupce prutových topologií). Byly předběžně zvoleny dva návrhy primárně kvůli obavám s odstraněním supportů z mechanicky nadřazeného Gyroidu.

- **Gyroid** – mechanicky výkonnější volba. Vyšší tuhost (o 24 % lepší než BCC), téměř izotropní chování, plynulá geometrie bez koncentrátorů napětí. Kompromisy: obtížnější aplikace a odstranění supportů v komplexní implicitní geometrii a potenciální (byť v další fázi návrhu nepotvrzené) problémy s odstraňováním prášku z uzavřených kanálů.
- **BCC** – Z hlediska DfAM robustní volba. Nižší tuhost, zato spolehlivě vyrobitelná díky absenci horizontálních prutů. Supporty lze v prutové topologii snadněji aplikovat cíleně do uzlů buněk ve výrazně menším počtu a následně je i jednodušeji odstranit. Nespečený prášek by se z otevřené prutové sítě měl sypat volně.

Důvodem pro dva finalisty je snaha v dalších krocích přímo porovnat oba koncepty na totožné aplikaci. V navazujících kapitolách bude pro každou z topologií proveden samostatný návrh ramene, jeho výroba a experimentální vyhodnocení. Teprve na základě tohoto porovnání bude vybrána jediná finální topologie, pomocí které budou vyrobena všechna čtyři ramena prototypu kvadrokoptéry. Tento přístup zajišťuje, že rozhodnutí není založeno pouze na homogenizované simulaci, ale zohledňuje i výrobní omezení PBF. Zúžení počtu posuzovaných topologií dále umožní použití solid prvků při simulaci designu ramene pomocí MKP v přijatelném čase.

4.2 Topologická optimalizace ramene

Cílem topologické optimalizace je nalézt optimální rozložení materiálu v předem definovaném *design space* za daných okrajových podmínek a zatížení – jinými slovy určit, kde má materiál být a kde nikoliv. Výstupem je makroskopický tvar ramene (hustotní mapa), do které je v dalším kroku vložena periodická mikrostruktura. Více v kapitole 2.2.

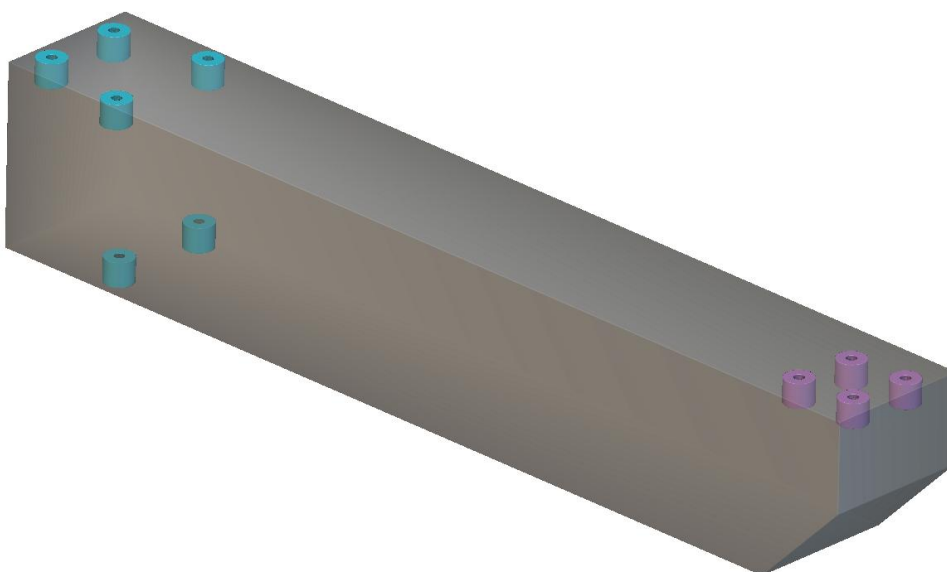


Obr. 4-9 Originální rameno dronu DJI Flame Wheel F450

4.2.1 Design space a pasivní regiony

Design space byl odvozen z geometrie původního plastového ramene DJI F450. Definuje objem, v jehož rámci smí optimalizace libovolně přerozdělovat materiál. Uvnitř *design space* jsou vymezeny dva typy **pasivních regionů** – zón, kde musí materiál zůstat vždy přítomen:

- **Úchyt u těla dronu (body mount)** – montážní oblast s otvory pro šrouby spojující rameno s centrálním rámem.
- **Úchyt motoru (motor mount)** – montážní plochy na volném konci ramene s otvory pro připevnění motoru.



Obr. 4-10 Design space (šedá) s vyznačenými pasivními regiony – body mount (modře); motor mount (růžová)

4.2.2 Definice zatížení ramene

Rameno kvadrokoptéry DJI F450 je z mechanického hlediska konzolový nosník: jeden konec je pevně uchycen k centrálnímu rámu dronu, zatímco na volném konci je připevněn motor s vrtulí. Dominantním provozním zatížením je statický tah motoru, který při letu působí svisle vzhůru a způsobuje ohybové namáhání celé délky ramene. Pro návrh a optimalizaci je tato konfigurace popsána jako statická lineárně elastická úloha s koncentrovanou silou na volném konci a pevným vetknutím u těla dronu. Zanedbávají se dynamické rázy, únava a vibrace za účelem zjednodušení.

Specifikace motoru a výpočet síly

Motor použitý v sestavě je A2212 920KV s vrtulí 9450 na napájení 3S LiPo (11,1 V), specifikovaný spolkem Brno Mars Rover. Dle tabulky tahu výrobce (Hawks Work) dosahuje tato kombinace maximálního tahu 600 g [51]. Výsledná síla aplikovaná při optimalizaci:

$$F = 600 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \approx 5,9 \text{ N} \rightarrow \text{zaokrouhleno } F = 6 \text{ N} \quad (12)$$

Jedná se o analýzu maximálního statického zatížení – tah 600 g odpovídá plnému výkonu motoru.

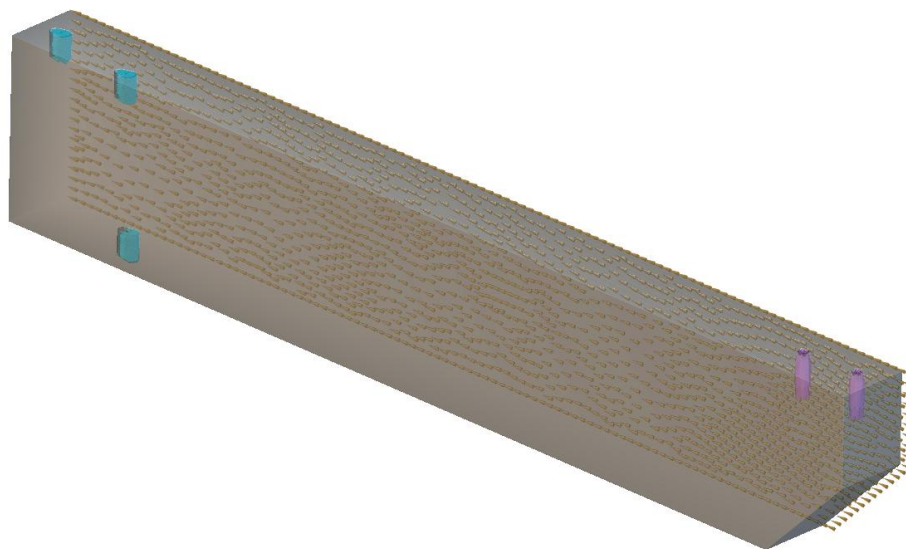


Obr. 4-11 Motor A2212 920KV [51]

Způsob aplikace zatížení

Síla $F = 6 \text{ N}$ je aplikována jako koncentrovaná svislá síla na konci ramene v místě montáže motoru, působící přímo nahoru ve směru tahu motoru. Uložení je definováno jako pevné vetknutí (*Displacement Restraint*) v místě připevnění ramene k centrálnímu rámu, s blokovánými všemi translačními a rotačními stupni volnosti. Rameno je tak namáháno ohybem po celé délce – od vetknutého konce u těla dronu až po volný konec s motorem.

Pro zjednodušení výpočetního modelu je využita rovina symetrie procházející podélnou osou ramene, čímž se analyzovaný model zmenšuje na polovinu. Z tohoto důvodu bylo nutné aplikovat symetrické okrajové podmínky. Toto zajistil blok *Displacement Restraint* umístěný na uzly dělicí roviny *design space* s vynulovanými složkami posuvu v ose kolmé na rovinu symetrie a rotacemi v osách s ní rovnoběžných (Obr. 4-12). Síla $F = 6 \text{ N}$ je odpovídajícím způsobem rozdělena na $F/2 = 3 \text{ N}$ aplikovaná na poloviční model.



Obr. 4-12 Poloviční *design space* respektující rovinu symetrie se zvýrazněnými okrajovými podmínkami – 3 díry vlevo ve vetknutí u těla dronu na pasivních regionech (modře); 2 díry vpravo přes které je přenášeno zatížení od tahu motoru (síla vyznačena růžovou); plocha na rovině symetrie ošetřena pomocí *Displacement Restraint* (posuv X, rotace Y a Z) (oranžová)

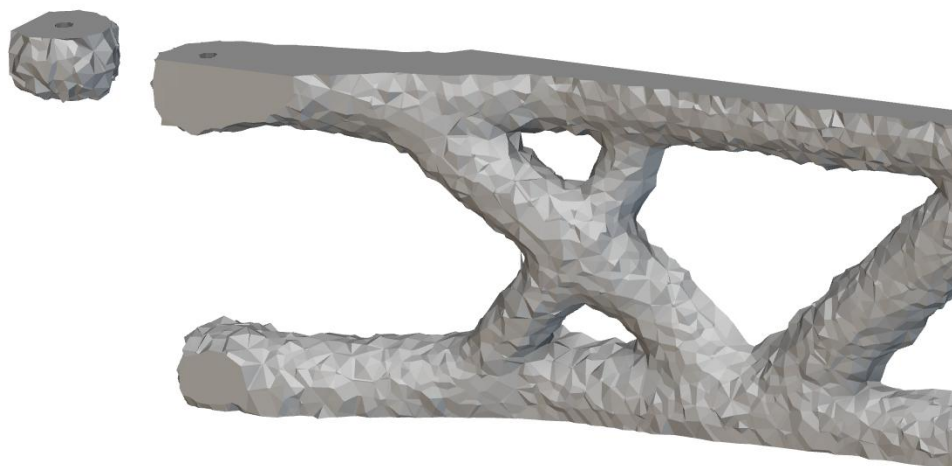
4.2.3 Nastavení topologické optimalizace v nTopu

Topologická optimalizace v nTopu pracuje s hustotním polem $\rho(x) \in [0, 1]$, kde $\rho = 1$ reprezentuje plný materiál a $\rho = 0$ prázdné místo (SIMP přístup – kap. 2.2.2). Pro výsledek optimalizace je tedy nutné zvolit mezní hodnotu toho hustotního pole (*Threshold*). Buňky nabývající vyšších hodnot jsou zachovány. Pro danou úlohu byly nastaveny tyto parametry:

- **Objective 1 – Minimize – Compliance Response:** minimalizace celkové poddajnosti (ekvivalentní maximalizaci tuhosti) při daném zatížení od motoru $F = 6 \text{ N}$.
- **Objective 2 – Minimize – Mass Response:** minimalizace hmotnosti dílu.
- **Passive Region Constraint:** nastavení, které zamezuje optimalizátoru odstranění materiálu v obou pasivních regionech po celou dobu optimalizace.
- **Load case:** Zatížení aplikováno s ohledem na využití symetrie, jak bylo popsáno v kap. 4.2.2 (viz Obr. 4-12)
- **Material:** Jako vstupní materiál byl použit výstup bloku *Homogenize unit cell* pro danou mikrostrukturu (viz kap.4.1.3)
- **Threshold:** Prahová hodnota hustotního pole byla zvolena 0,05.

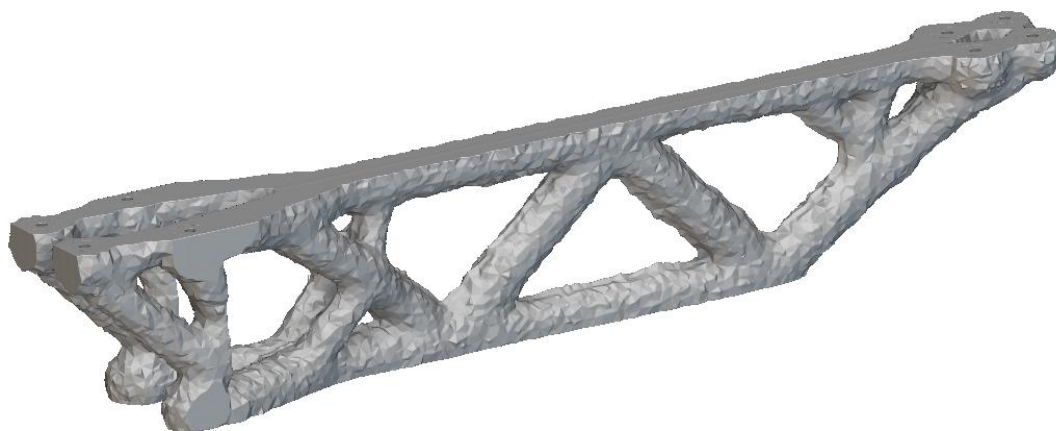
4.2.4 Řešení odpojených úchytů u těla dronu

Při původním nastavení – fixní vazby na všechny otvory u těla dronu, zatížení F na motor mount – optimalizátor vytvořil tvar, který odpojil dva vzdálenější otvory u těla dronu od zbytku geometrie. Tento výsledek je fyzikálně nesprávný: všechny čtyři otvory musí být konstrukčně propojeny, protože jsou jimi vedeny šrouby přenášející reakční síly do rámu. Z hlediska optimalizace je však logický – optimalizátor zjistil, že k přenosu zadaného zatížení postačují dva bližší otvory, a zbývající odstranil.



Obr. 4-13 Odpojená část úchytu u těla dronu

Problém byl vyřešen prohozením zatížení a vazeb: $F/2 = 3$ N svisle nahoru byla aplikována na otvory u těla dronu a pevná vazba byla přesunuta na motor mount. Tato konfigurace zachovává stejný ohybový charakter zatížení ramene (moment ohýbající rameno), ale nyní nutí optimalizátor propojit všechny čtyři otvory u těla dronu s pasivními regiony u motoru. Výsledek u těla dronu z tohoto scénáře byl následně spojen s výsledkem původní optimalizace, čímž vznikl finální tvar zahrnující správně propojené úchyty na obou koncích ramene.



Obr. 4-14 Optimalizovaný tvar ramene s homogenizovaným Gyroidem

4.3 Optimalizace parametrů struktury

4.3.1 Převod na periodickou strukturu – Baseline

Výsledkem topologické optimalizace je kontinuální hustotní pole reprezentující makroskopický tvar dílu. V dalším kroku byl tento tvar proložen periodickou strukturou o konstantní tloušťce zvlášť pro každou z obou finálních topologií (BCC a Gyroid). Tloušťka prutu/stěny byla iterativně nastavena tak, aby výsledná celková hmotnost ramene (včetně pasivních regionů) byla přibližně 50 g, což odpovídá hmotnosti originálního plastového ramene DJI F450. Takto vzniklé návrhy budou využity pro modifikaci tloušťky struktury a zároveň jako baseline pro srovnání s optimalizovanými variantami v dalším kroku.

- BCC baseline: tloušťka prutu $t = 1,0$ mm $\rightarrow$ celková hmotnost $M = 55,6$ g (hmotnost struktury těla ramene $m = 38,4$ g).
- Gyroid baseline: tloušťka stěny $t = 0,7$ mm $\rightarrow$ celková hmotnost $M = 52,5$ g (hmotnost struktury těla ramene $m = 34,3$ g).

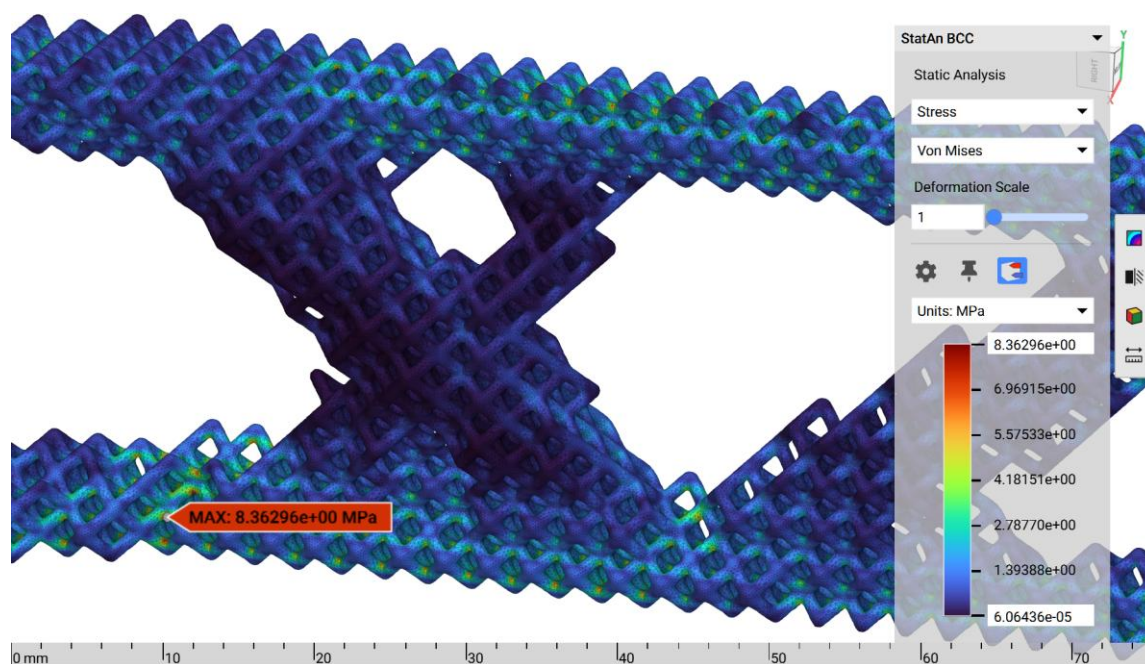
4.3.2 Statická MKP analýza – metodika

Každý návrh (baseline i všechny iterace) byl podroben statické lineárně elastické MKP analýze za použití solid prvků s plně explicitně modelovanou geometrií (bez homogenizační aproximace). Materiálové vlastnosti: AlSi10Mg (nativní materiál z knihovny nTopu: $E = 70$ GPa, $\nu = 0,33$, $G = 26,3$ GPa). Okrajové podmínky odpovídají definici zatížení: pevné vetknutí u těla dronu, $F = 6$ N svisle nahoru na konci ramene (ve směru tahu motoru).

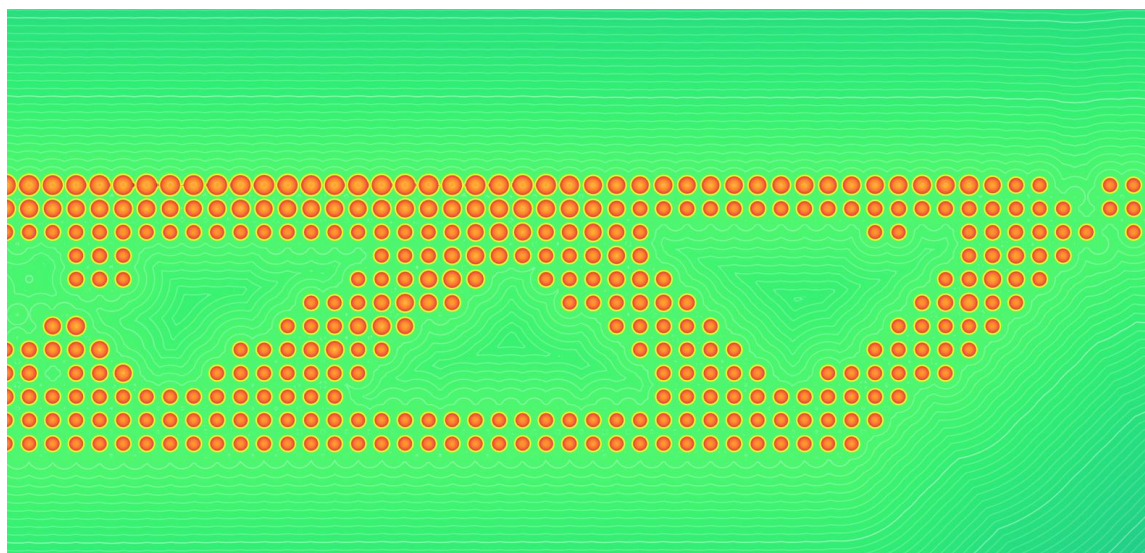
Lokální zjemnění sítě BCC v uzlech. BCC obsahuje uzly s vysokou koncentrací prutů a náhlou změnou příčného průřezu, což způsobuje špičky napětí a hrubá síť generuje numerické artefakty (singularity). Pro tyto oblasti byl vytvořen custom workflow v nTopu na principu Field-Driven designu, který automaticky identifikuje polohu uzlů BCC struktury a pomocí implicitního pole lokálně zahustí síť v jejich okolí.

Nejprve byl z bloku obsahujícího nefiltrovanou BCC *lattice* vytažen *Point Map* všech uzlů této struktury. Následně byla do středu každého uzlu umístěna koule, jejíž průměr definoval oblast zjemnění sítě. Jelikož každá tato koule je implicitní těleso, a je tedy definována polem (viz Obr. 4-16), je toto pole použito jako vstup do *Ramp* bloku, který ho převádí na *Edge Length* (délku hrany prvku sítě) v bloku *Remesh Surface Mesh*. Tímto způsobem je dosažena lepší přesnost výsledků bez potřeby globálního zjemnění sítě (které by exponenciálně dramaticky zvýšilo výpočetní čas).

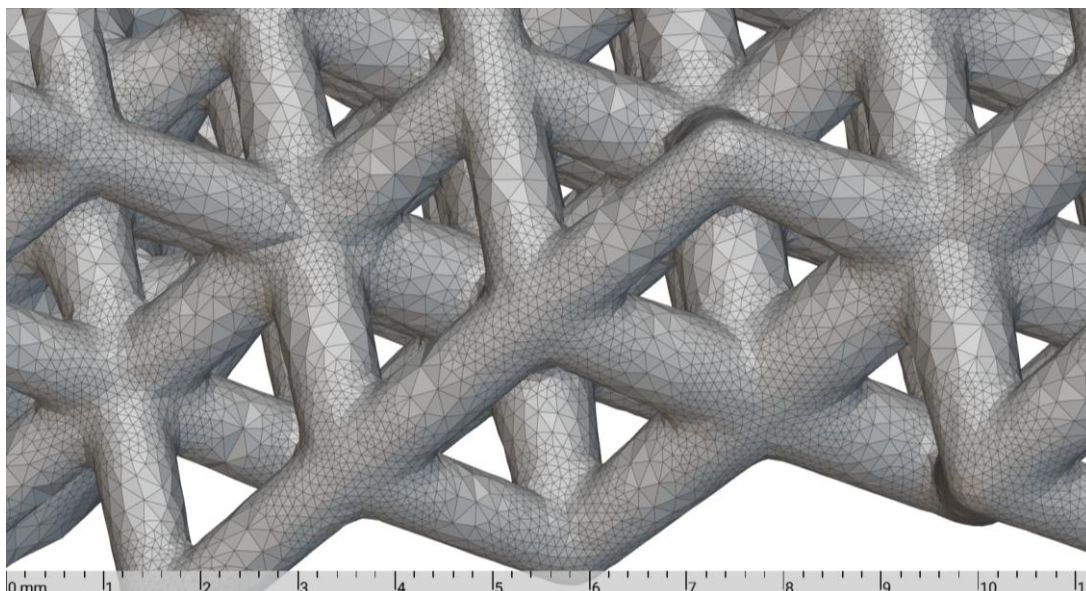
V dalším kroku (kap. 4.3.3), kdy bude gradientně modifikován průměr prutů se ještě přidá jeden *Ramp* blok řídící průměr koulí (oblasti zjemnění sítě) v uzlech *lattice* struktury, jelikož každý uzel bude jinak velký. Do tohoto *Ramp* bloku vstupuje pole redukovaného napětí von Mises z *baseline* a jeho výstupem je již zmiňovaný průměr.



Obr. 4-15 Rozložení napětí v BCC *baseline* symetrickém modelu



Obr. 4-16 Pole použité pro lokální zjemnění sítě v oblasti uzlů BCC s modifikovaným průměrem prutů



Obr. 4-17 Lokálně zjemněná síť v uzlech BCC s modifikovaným průměrem prutů

4.3.3 Iterační optimalizace tloušťky – *Field-Driven Design*

Konkrétní aplikací konceptu *Field-Driven Design* (viz kapitola 2.2.5) je řízení lokální tloušťky prutu nebo stěny struktury prostřednictvím skalárního pole (v každém bodě v prostoru má toto pole číselnou hodnotu). V tomto kroku bylo výsledné rozložení napětí ze statické analýzy *baseline* využito jako vstupní pole pro modulaci tloušťky:

- **Krok 1: Advanced Stress field Thickness Modifier:** z výsledků MKP analýzy (*Static Analysis*) byly extrahovány výsledky napětí v každém uzlu sítě. Z hodnot redukováného napětí von Mises byl sestaven diskretní *Point Map* dataset. *Point Map* byl interpolován a převeden na spojitě skalární pole (*stress field*) definované v jedné polovině objemu *design space*.

Toto pole přiřazuje každému bodu v prostoru hodnotu σ v MPa odpovídající lokálnímu napětí. Ramp blok v nTopu lineárně mapuje hodnoty vstupního pole ze zvoleného rozsahu $[\sigma_{\min}, \sigma_{\max}]$ na výstupní rozsah tlouštěk $[t_{\min}, t_{\max}]$. Kde $\sigma < \sigma_{\min}$ je přiřazena minimální tloušťka, kde $\sigma > \sigma_{\max}$ maximální tloušťka a mezi nimi je provedena lineární interpolace.

Rozsah napětí není nastaven od nuly do absolutního maxima, ale záměrně „ořezán“ na hodnoty odpovídající reálně zatíženým oblastem materiálu. Extrémní hodnoty – zejména špičky napětí ze singularit a hodnoty v tenkých prvcích, které stejně nejsou reálně vyrobitelné – by jinak dominovaly celému rozsahu a smysluplná modulace tloušťky by se soustředila jen do úzkého pásma. Ořez tak de facto plní funkci filtru singularit: oblasti s napětím pod $\sigma_{\min}$ (nízce namáhané) dostávají minimální tloušťku, oblasti nad $\sigma_{\max}$ (včetně singularit) dostávají maximální tloušťku.

- **Krok 2: Nová statická analýza:** výsledná topologie s proměnlivou tloušťkou byla opět podrobena statické MKP analýze za stejných podmínek. Výsledky byly porovnány s baseline konceptem.

Parametry ramp bloku (rozsahy napětí) se lišily pro každou topologii kvůli jejich odlišnému napěťovému rozložení – Gyroid s tenčími stěnami vykazuje výrazně vyšší špičky napětí (zejm. v lokálně tenkých prvcích vzniklých topologickou optimalizací) než BCC s robustnějšími pruty.

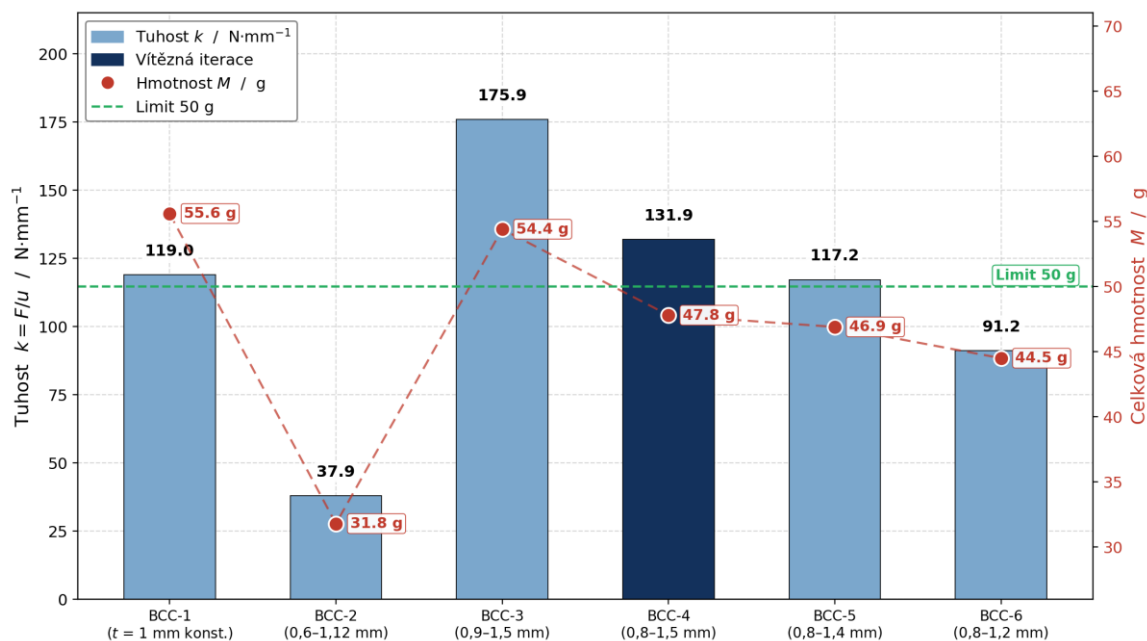
Hodnoty $t_{\min}$ a $t_{\max}$ byly v každé iteraci manuálně upraveny stejně jako $\sigma_{\min}$ a $\sigma_{\max}$ s cílem dosáhnout kombinace: celková hmotnost $M \leq 50$ g a maximální možná měrná tuhost k/M , kde $k = F/u$ je tuhost ramene. Takto bylo pro každou topologii provedeno několik iterací.

Výsledky – BCC

Tab. 3 Výsledky iterační optimalizace tloušťky prutů BCC ($F = 6$ N)

$t_{\min-\max}$ mm	σ_{rozsah} MPa	u mm	k $\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}$	M g	m g	k/M $\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}\cdot\text{g}^{-1}$	$\sigma_{\max}$ MPa	Pozn.
1 (konst.)	–	0,0504	119,1	55,6	38,4	2,14	8,4	Baseline
0,6–1,12	0,5–2,0	0,1584	37,9	31,8	20,7	1,19	17,8	–
0,9–1,5	0,5–2,0	0,0341	176,0	54,4	38,8	3,24	5,9	–
0,8–1,5	0,5–2,0	0,0455	131,9	47,8	33,8	2,76	7,8	★ Vítěz
0,8–1,4	0,5–2,0	0,0512	117,2	46,9	32,7	2,50	8,4	–
0,8–1,2	0,5–2,0	0,0658	91,2	44,5	30,6	2,05	10,8	–

$t_{\min-\max}$ = min./max. průměr prutu BCC; u = maximální průhyb; $k = F/u$ = tuhost; M = celková hmotnost ramene; m = hmotnost strukturovaného těla ramene; k/M = měrná tuhost; $\sigma_{\max}$ = maximální redukované napětí von Mises (orientační; viz kapitola 6).



Obr. 4-18 Iterace BCC: tuhost k / (N·mm⁻¹) (sloupce) a celková hmotnost M / g (zelená čára) v závislosti na rozsahu tloušťek

Vítěz BCC: iterace 4 ($t = 0,8–1,5$ mm) - Jde o první konfiguraci splňující hmotnostní limit $M < 50$ g ($M = 47,8$ g) se současně nejvyšší měrnou tuhostí $k/M = 2,76$ N/mm/g. Oproti baselinu ($t = 1$ mm konst.) je tuhost o 10,8 % vyšší (131,9 vs. 119,1 N/mm) a hmotnost o 14 % nižší. Iterace 3 (0,9–1,5 mm) dosáhla o 33 % vyšší tuhosti (176,0 N/mm), avšak za cenu překročení hmotnostního limitu ($M = 54,4$ g). Iterace 2 (0,6–1,12 mm) ukázala, že snižování minimální tloušťky pod 0,8 mm vede k dramatickému poklesu tuhosti – pruty v nízkostresových oblastech se staly příliš tenkými pro efektivní přenos zatížení ($u = 0,1584$ mm).

Výsledky – Gyroid

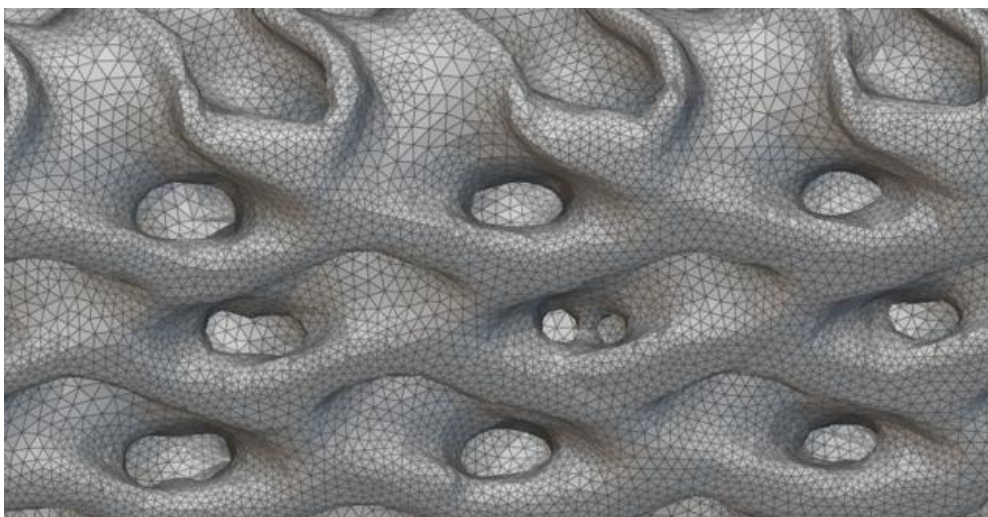
Pro Gyroid byl iterační postup rozdělen do dvou fází. V první fázi byl využit symetrický model (polovina ramene s rovinou symetrie) analogicky jako u BCC – umožnil rychlé prozkoumání širšího prostoru kombinací tloušťek a rozsahu $\langle \sigma_{\min}; \sigma_{\max} \rangle$ s nižší výpočetní náročností. V průběhu této fáze bylo identifikováno metodologické omezení: Gyroid je chirální plocha bez rovin zrcadlení, tudíž jednotková buňka nemá rovinu symetrie shodnou s rovinou symetrie ramene. Zrcadlení výsledků bloku *Advanced stress thickness modifier* by přiřazovalo hodnoty $\langle t_{\min}; t_{\max} \rangle$ do volného prostoru, což není fyzikálně korektní. Ve druhé fázi proto byly vybrané konfigurace validovány na plném modelu celého ramene bez použití symetrie. Jelikož je použita jiná síť, tak jsou výsledky lehce numericky odlišné od polovičního modelu, avšak metodologicky správnější

▪ **Fáze 1 – Symetrický model (explorace trendů)**

Tab. 4 Gyroid, poloviční model: iterace optimalizace tloušťky stěny ($F/2 = 3 \text{ N}$)

$t_{\min-\max}$ mm	σ_{rozsah} MPa	u mm	k $\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}$	M g	m g	k/M $\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}\cdot\text{g}^{-1}$	$\sigma_{\max}$ MPa	Pozn.
0,7 (konst.)	–	0,0358	167,6	52,47	34,33	3,19	33,96	Baseline
0,6–1,0	0,1–3,0	0,0268	223,9	50,53	33,97	4,43	5,13	–
0,5–1,2	0,1–3,0	0,0317	189,3	44,97	30,09	4,21	6,32	–
0,5–1,0	0,2–4,0	0,0358	167,6	43,57	28,65	3,85	6,49	–
0,5–1,0	0,5–3,0	0,0337	178,0	43,22	28,36	4,12	6,32	–
0,5–1,2	0,5–3,0	0,0287	209,4	44,84	29,96	4,67	4,95	–
0,5–1,2	1,0–3,0	0,0340	176,5	42,19	27,35	4,18	13,21	–
0,5–1,5	1,0–3,0	0,0292	205,5	43,69	28,71	4,70	12,63	–
0,5–2,0	1,0–3,0	0,0243	246,9	45,87	30,94	5,38	7,69	uzavírání kanálů*
0,5–1,8	1,0–3,0	0,0260	231,0	44,98	30,13	5,14	8,76	–

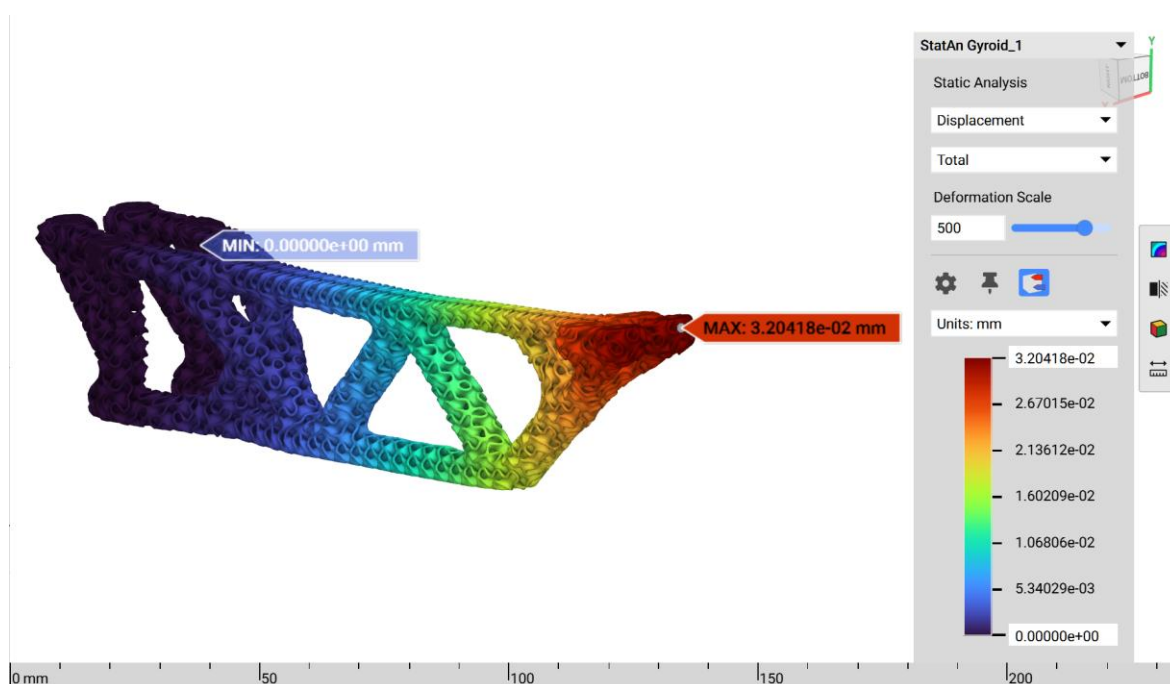
* Při $t_{\max} = 2,0 \text{ mm}$ se v oblastech s nejvyšším napětím lokálně uzavírají kanály Gyroidu – takto silná stěna již blokuje průchod prášku a tento díl by nebylo možné při *post – processingu* vyčistit. Konfigurace 0,5–2,0 mm proto není reálně proveditelná.



Obr. 4-19 Gyroid struktura začíná lokálně uzavírat kanály při iteraci s $t_{\max} = 2$ mm

▪ Fáze 2 – Plný model (validace)

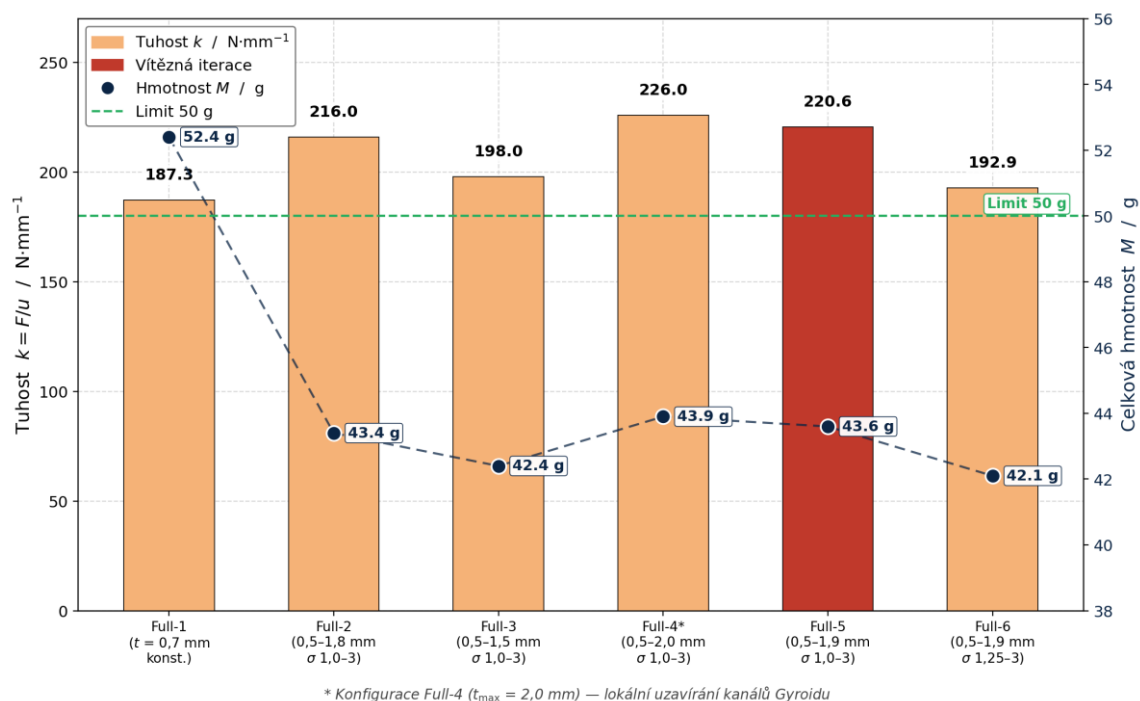
Na základě trendů identifikovaných u polovičního modelu byla pro plný model zvolena konfigurace s rozsahem napětí $\sigma \in \langle 1,0; 3,0 \rangle$ MPa, která v polovičním modelu vykazovala nejlepší poměr k/M . Konfigurace s $t_{\max} = 2,0$ mm byla zařazena pro potvrzení hranice uzavírání kanálů.



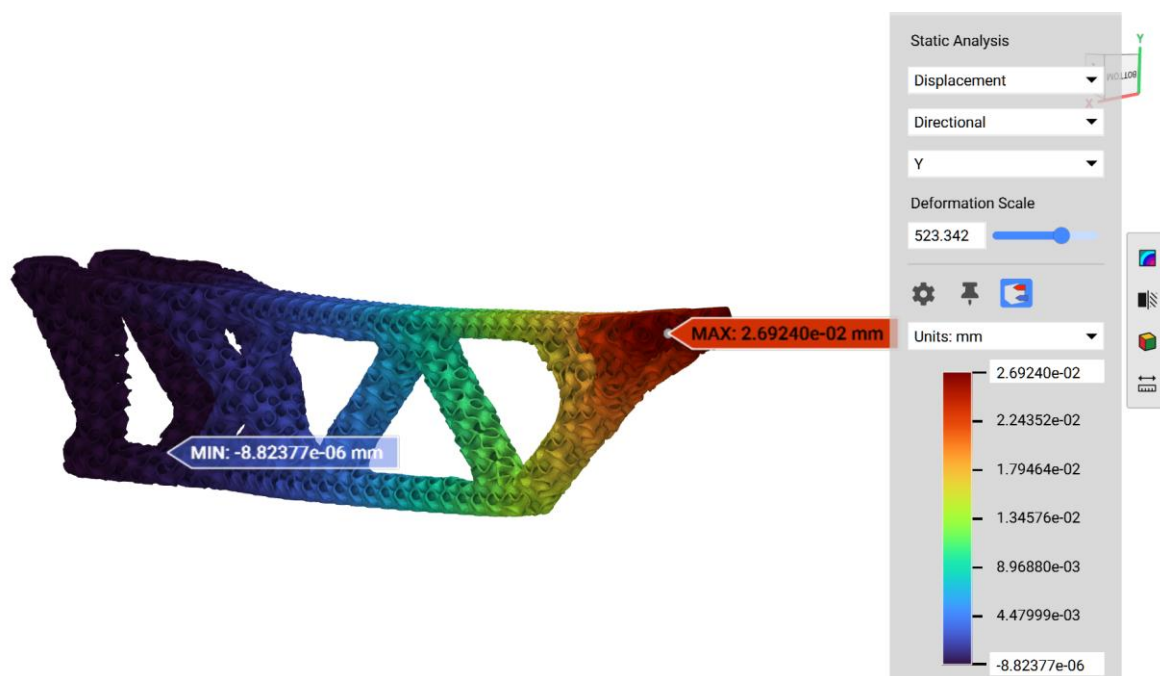
Obr. 4-20 Výsledek MKP *baseline* Gyroid ramene s $t = 0,7$ mm zobrazující maximální posuv

Tab. 5 Gyroid, plný model: validace vybraných konfigurací ($F = 6 \text{ N}$)

$t_{\min-\max}$	$\sigma_{\text{roz sah}}$	u	k	M	m	k/M	$\sigma_{\max}$	Pozn.
mm	MPa	mm	$\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}$	g	g	$\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}\cdot\text{g}^{-1}$	MPa	
0,7	–	0,0320	187,3	52,40	34,22	3,57	27,65	Baseline
0,5–1,8	1,0–3,0	0,0278	216,0	43,35	29,65	4,98	19,84	–
0,5–1,5	1,0–3,0	0,0303	198,0	42,36	28,88	4,67	19,66	–
0,5–2,0	1,0–3,0	0,0266	226,0	43,88	30,10	5,15	4,72	uzavírání kanálů*
0,5–1,9	1,0–3,0	0,0272	220,6	43,65	29,86	5,05	4,78	★ Vítěz
0,5–1,9	1,25–3,0	0,0311	192,9	42,12	28,43	4,58	–	–

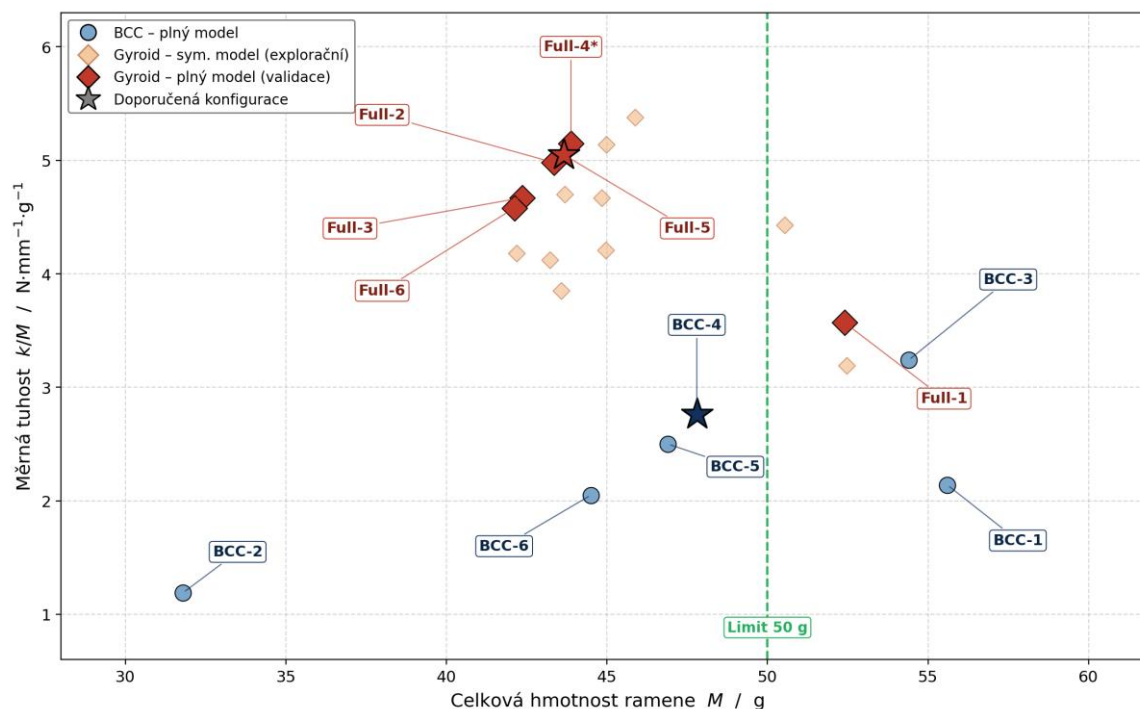
Obr. 4-21 Gyroid – plný model: tuhost k / ($\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}$) a hmotnost M / g pro jednotlivé konfigurace

Vítěz Gyroid – plný model: iterace 5 ($t = 0,5\text{--}1,9$ mm, $\sigma = 1,0\text{--}3,0$ MPa) - ($k = 220,6$ N/mm, $M = 43,65$ g, $k/M = 5,05$ N/mm/g). Iterace 4 ($0,5\text{--}2,0$ mm) dosáhla vyšší tuhosti ($k = 226,0$ N/mm, $k/M = 5,15$), avšak z výsledků simulace a vizuální kontroly vyplynulo, že při $t_{\max} = 2,0$ mm dochází k lokálnímu uzavírání kanálů Gyroidu – nespečený prášek by v těchto oblastech nemohl být po výrobě odstraněn. Horní hranice tloušťky 1,9 mm proto představuje praktický limit pro danou aplikaci.



Obr. 4-22 Výsledek MKP *static analysis* ramene Gyroid $t = 0,5 - 1,9$ mm zobrazující maximální posuv ve vertikální ose při zatížení $F = 6$ N

Srovnání obou topologií



Obr. 4-23 Diagram k/M vs. M : BCC (kruh), Gyroid symetrický model (malý čtverec, explorační), Gyroid plný model (velký čtverec, validace). Hvězda = vítězná iterace. Čárkovaná čára = limit 50 g.

Diagram (Obr. 4-23) ukazuje jednoznačné oddělení obou topologií. Celá sada výsledků Gyroidu – jak symetrický explorační model, tak validovaný plný model – leží výrazně nad oblastí BCC. Nejlepší BCC konfigurace (BCC-4, $k/M = 2,76 \text{ N/mm/g}$) nedosahuje ani na nejhorší Gyroid konfiguraci splňující hmotnostní limit. Doporučená konfigurace Gyroidu z plného modelu (0,5–1,9 mm, $k/M = 5,05 \text{ N/mm/g}$) je o **83 % lepší** v měrné tuhosti, než vítěz BCC.

Je třeba poznamenat, že symetrický a plný model nelze přímo číselně srovnávat – liší se hustotou sítě i fyzikální správností okrajových podmínek. Symetrický model sloužil jako nástroj pro rychlou exploraci prostoru parametrů a identifikaci slibných konfigurací; plný model pak tyto konfigurace validoval. Trend z explorační fáze se potvrdil: konfigurace s $\sigma_{\min} = 1,0 \text{ MPa}$ a $t_{\max}$ v rozsahu 1,8–1,9 mm konzistentně dosahují nejlepšího poměru k/M při splnění hmotnostního limitu a zachování průchodnosti kanálů.

Spolehlivost hodnot $\sigma_{\max}$ v Tab. 3, Tab. 4 a Tab. 5 (numerické singularity v lokálně tenkých oblastech Gyroidu, koncentrátoři napětí v uzlech BCC) je detailně rozebrána v kap. 6.

4.4 Experimentální měření vyrobených ramen

4.4.1 Cíl experimentu

Cílem experimentální části práce bylo ověřit mechanické chování dvou vítězných variant ramene kvadrokoptéry vybraných v kapitole 4.1.7 a validovat predikce numerických simulací prezentované v kapitole 4.3.3. Měření bylo zaměřeno na stanovení tuhosti k a měrné tuhosti k/M obou variant při ohybovém zatížení a jejich vzájemné porovnání. Sledovanou veličinou byl posuv v ose Z na konci ramene.

4.4.2 Vyrobené vzorky

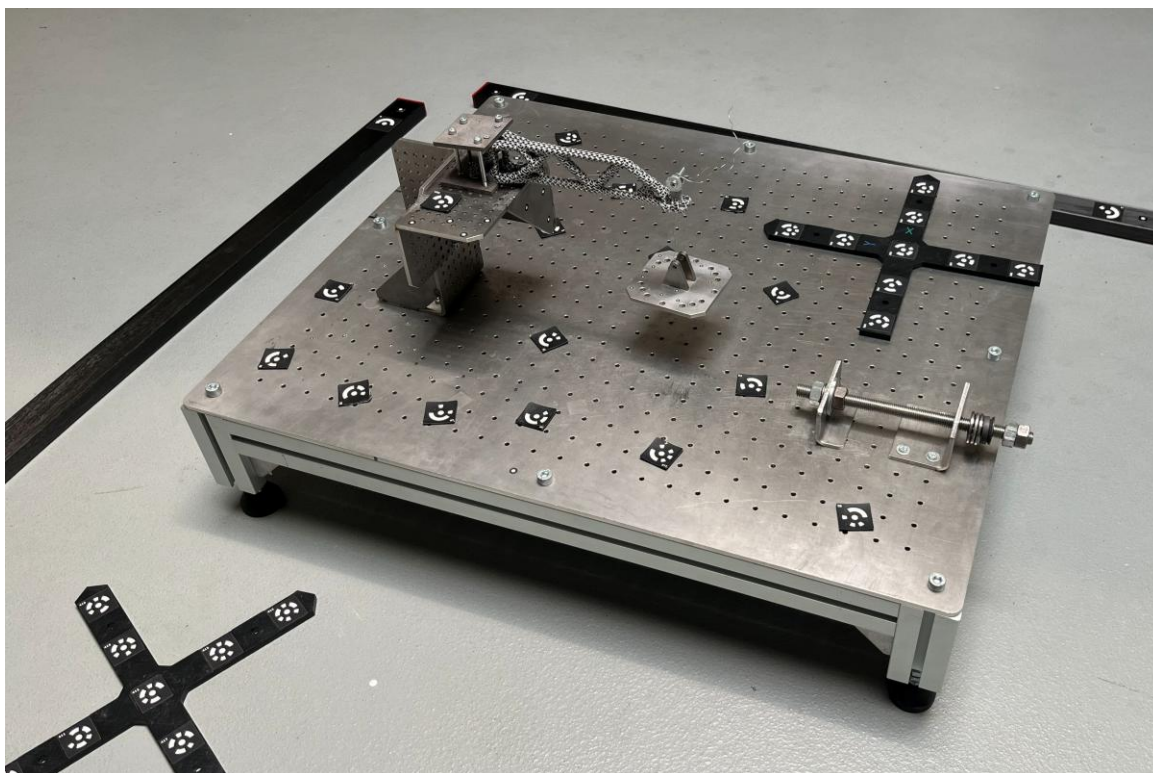
Pro experiment byly vyrobeny **dvě varianty ramene technologií L-PBF** z hliníkové slitiny AlSi10Mg na stroji SLM 280 HL. První varianta využívá prutovou strukturu BCC s proměnnou tloušťkou prutů v rozsahu 0,8–1,5 mm, druhá varianta strukturu Gyroid s tloušťkou stěny 0,5–1,9 mm. Obě varianty vycházejí z optimalizovaných modelů vytvořených v softwaru nTop popsanych v kapitole 4.3.3.

Reálná hmotnost vyrobených vzorků se lišila od CAD modelu: BCC rameno váží **60,5 g** ($M_{CAD} = 47,79$ g, odchylka +27 %), Gyroid rameno váží **53,5 g** ($M_{CAD} = 43,65$ g, odchylka +23 %). Rozdíl hmotnosti je v souladu s výsledky kapitoly 4.1.6, kde byla naměřena průměrná odchylka tloušťky stěn od navrženého CAD modelu +65 % v horizontálním směru a +34 % pod úhlem 45°. Hmotnostní deficit modelu je přímým důsledkem technologických odchylek L-PBF procesu, nikoliv chyby měření.

K oběma vyrobeným variantám bylo pro referenční srovnání zaměřeno i **originální plastové rameno DJI F450** z polyamidu plněného skleněnými vlákny (PA66+30GF), které tvoří baseline stávající konfigurace dronu činí **$M \approx 50$ g**. Jeho experimentální naměření umožňuje kvantitativní srovnání nově navržených konstrukcí s reálným stavem, který mají nahradit.

4.4.3 Experimentální sestava

Vzorky byly testovány v konfiguraci konzolového nosníku. Rameno bylo upnuto v montážním přípravku na ocelové základové desce a na *motor mountu* bylo zavěšeno závaží o hmotnosti 1,03 kg, odpovídající tíhové síle $F_{exp} = 1,03 \times 9,81 = 10,09$ N. Sestava experimentu je znázorněna na Obr. 4-24. Stejný přípravek byl použit pro oba vzorky, čímž byly zachovány shodné okrajové podmínky. Experimentální sestava kopíruje bakalářskou práci Jakuba Simona [52] vedenou též na Fakultě strojního inženýrství pod Ústavem Konstruování.



Obr. 4-24 Experimentální sestava s upnutým ramenem v přípravku, kódovanými značkami a kalibračními tyčemi pro fotogrammetrické měření pomocí programu TRITOP

4.4.4 Měřicí metoda

Pro stanovení posuvů byla využita bezkontaktní fotogrammetrická metoda v systému GOM (TRITOP). Na povrchu obou ramen a na referenční základové desce byly umístěny kódované značky (*coded targets*), jejichž prostorová poloha byla rekonstruována z 28 fotografií pořízených z více úhlů (viz Obr. 4-25). Měření probíhalo ve dvou stavech: nezatížený referenční stav a zatížený stav po umístění závaží. Posuvy byly vyhodnoceny v programu GOM Inspect jako rozdíl prostorových souřadnic značek na rameni vůči stabilním referenčním bodům na základové desce a přípravku.

Toto uspořádání zajišťuje, že jakékoliv pohyby celého přípravku (případná poddajnost šroubového upnutí, pohyb celé desky) se z naměřených dat automaticky odečtou a lze tedy předpokládat jeho tuhost – výsledné posuvy popisují čistě deformaci samotného ramene vůči nehybnému referenčnímu rámcu. Naměřené posuvy tak reprezentují skutečnou globální deformaci ramene jako konstrukčního prvku.

Pro velikosti posuvů řádově v desetinách milimetru je třeba uvažovat i nejistotu samotné měřicí metody. Vzhledem k tomu, že pozorovaný rozdíl mezi experimentem a MKP simulací činí stovky procent (viz sekce 4.4.6), nepředstavuje měřicí nejistota významný příspěvek k této odchylce a nemůže ji samostatně vysvětlit.

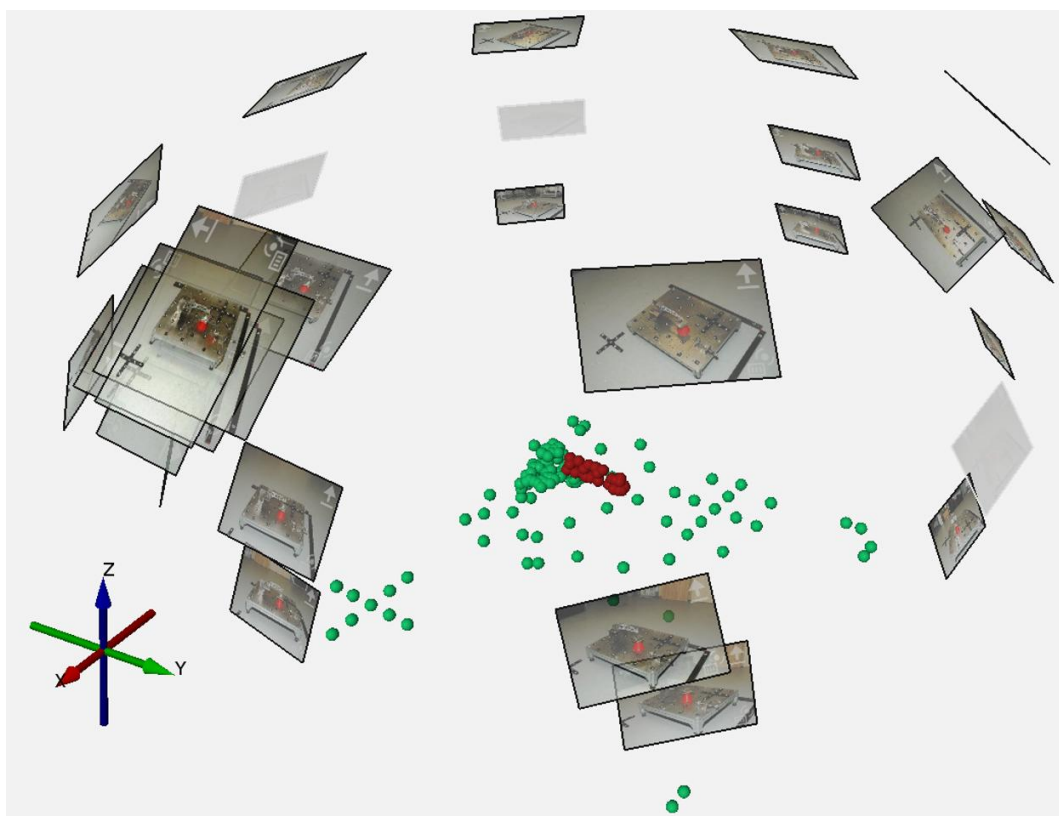
4.4.5 Výsledky měření

Naměřené maximální posuvy ve svislé ose $\delta_{\max Z}$ a z nich odvozené tuhosti $k_{\exp} = F_{\exp} / \delta_{\max}$ jsou shrnuty v Tab. 6. Vedle obou L-PBF variant je v tabulce uveden i výsledek měření originálního plastového ramene, které sloužilo jako referenční hodnota.

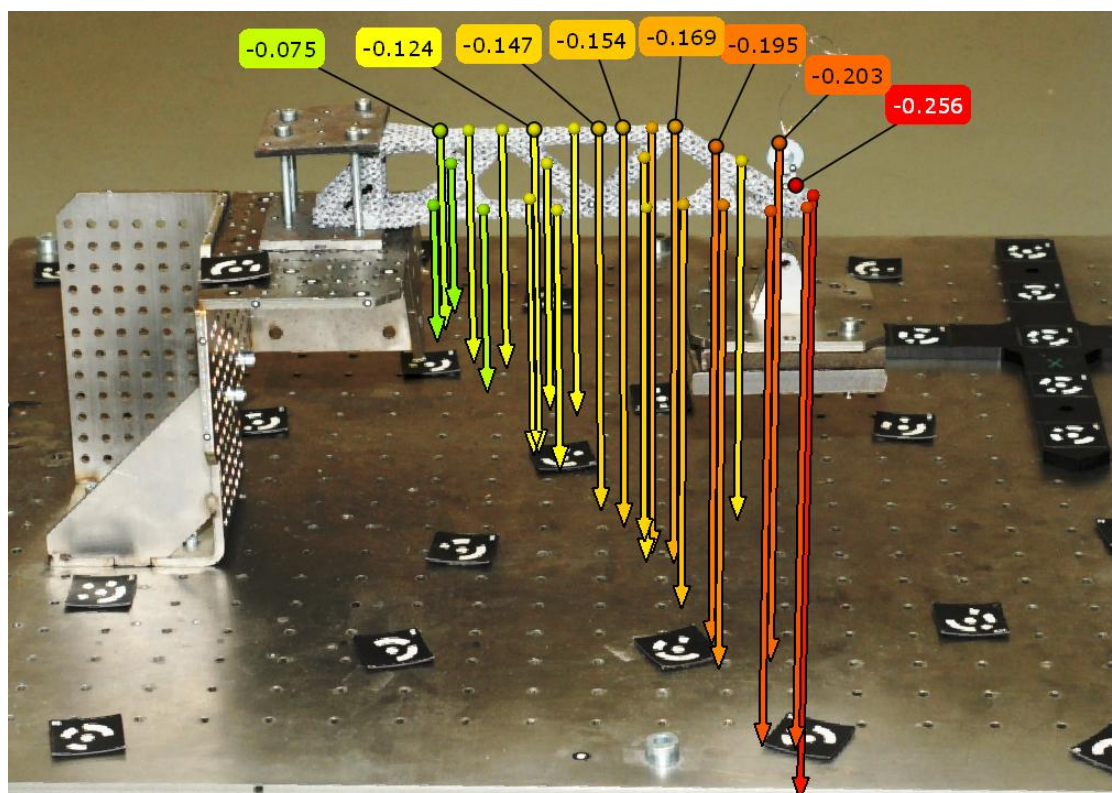
Tab. 6 Výsledky fotogrammetrického měření vyrobených ramen a originálního plastového ramene

Varianta	$\delta_{\max Z}$ mm	$F_{\exp}$ N	$k_{\exp}$ $\text{N} \cdot \text{mm}^{-1}$	M_{real} g	$k/M_{\exp}$ $\text{N} \cdot \text{mm}^{-1} \cdot \text{g}^{-1}$
Originál	4,505	10,09	2,24	50,0	0,045
BCC	0,357	10,09	28,3	60,5	0,47
Gyroid	0,256	10,09	39,4	53,5	0,74

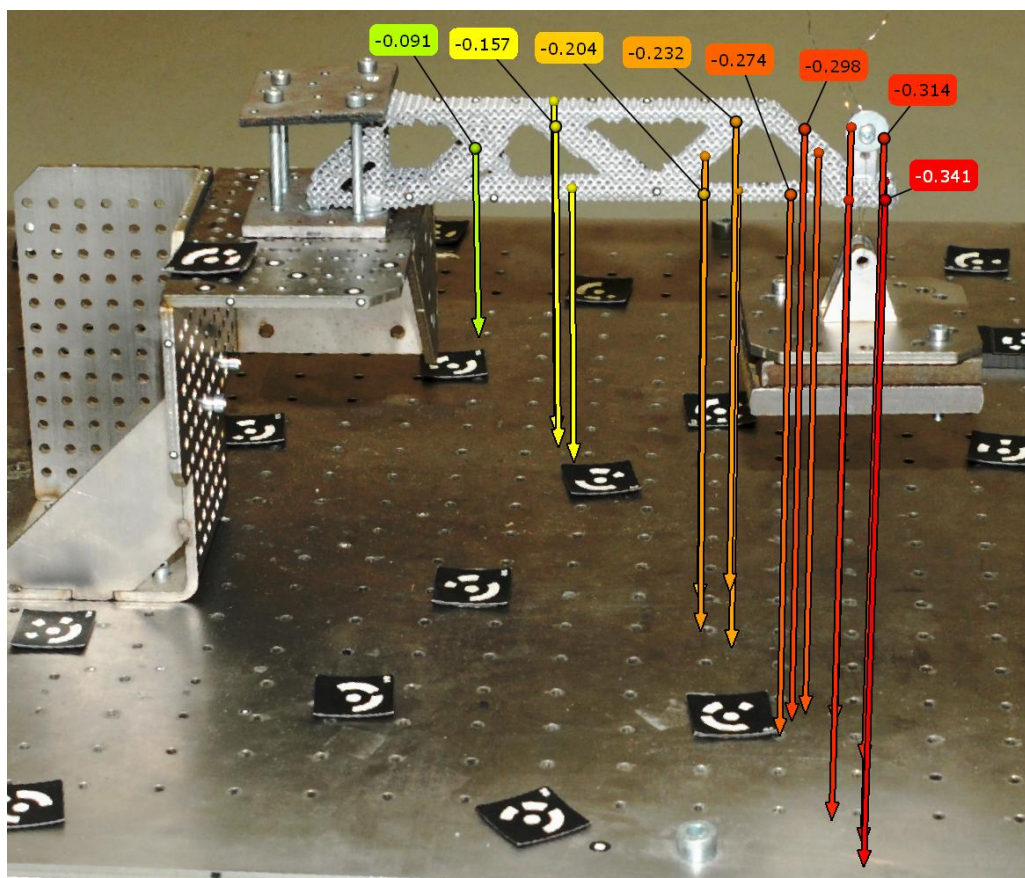
Varianta Gyroid vykazuje při shodném zatížení o 28 % menší průhyb než varianta BCC a její tuhost $k_{\text{Gyr},\exp} = 39,4 \text{ N/mm}$ je o 40 % vyšší než $k_{\text{BCC},\exp} = 28,3 \text{ N/mm}$. Po normalizaci hmotností dosahuje Gyroid o 58 % vyšší měrné tuhosti, což potvrzuje jeho převahu jak v absolutní, tak v hmotnostně specifické tuhosti. Rozložení posuvů po délce ramene odpovídá očekávané deformaci konzoly — nejmenší hodnoty u vetknutí, postupný nárůst směrem k volnému konci se zavěšeným závažím.



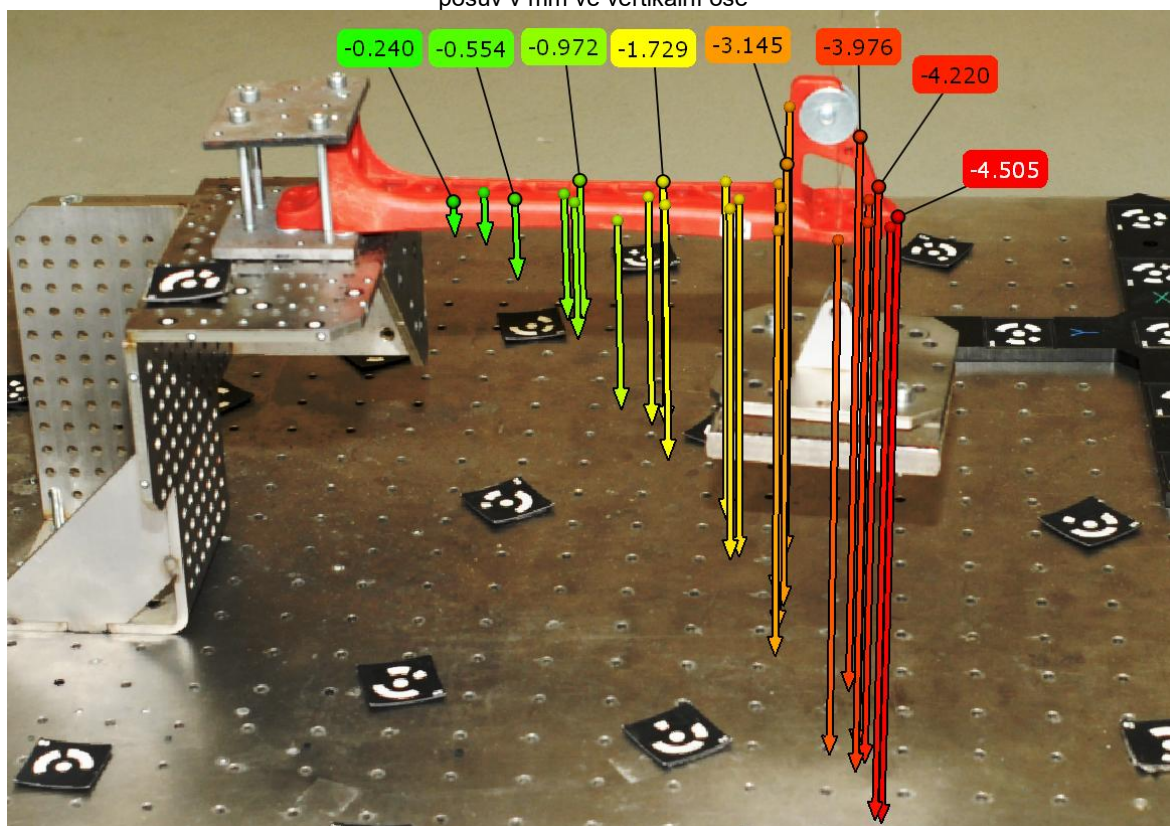
Obr. 4-25 Nasnímané fotky a referenční body v 3D rozhraní programu GOM Inspect; statické body (*rigid component*) – zeleně; pohyblivé body na rameni (*deforming component*) – červeně



Obr. 4-26 Výsledek fotogrammetrického měření ramene Gyroid v rozhraní programu GOM Inspect zobrazující posuv v mm ve vertikální ose



Obr. 4-27 Výsledek fotogrammetrického měření ramene BCC v rozhraní programu GOM Inspect zobrazující posuv v mm ve vertikální ose



Obr. 4-28 Výsledek fotogrammetrického měření originálního ramene v rozhraní programu GOM Inspect zobrazující posuv v mm ve vertikální ose

4.4.6 Porovnání s MKP simulací

Porovnání naměřených tuhostí s predikcemi MKP simulace z nTopu je uvedeno v Tab. 7. MKP simulace byla provedena při $F_{\text{sim}} = 6 \text{ N}$, zatímco experiment probíhal při $F_{\text{exp}} = 10,09 \text{ N}$. Přímé srovnání průhybů δ proto není metodologicky správné. Jako validní metriky pro srovnání slouží tuhost $k = F / \delta$ a měrná tuhost k / M , které jsou v lineárně elastické oblasti nezávislé na velikosti zatěžující síly.

Tab. 7 Porovnání tuhosti a měrné tuhosti — simulace nTop vs. experiment

Varianta	k_{sim} N/mm	k_{exp} N/mm	$k_{\text{sim}}/k_{\text{exp}}$	$(k/M)_{\text{sim}}$ $\text{N} \cdot \text{mm}^{-1} \cdot \text{g}^{-1}$	$(k/M)_{\text{exp}}$ $\text{N} \cdot \text{mm}^{-1} \cdot \text{g}^{-1}$	MKP nadhodnocuje o
BCC	148,0	28,3	5,2×	3,10	0,47	420 %
Gyroid	222,8	39,4	5,7×	5,11	0,74	470 %

Z tabulky vyplývají dvě klíčová zjištění. Za první, **MKP simulace nadhodnocuje tuhost o 420 % u BCC a o 470 % u Gyroidu** — tedy přibližně **5,2×** resp. **5,7×** oproti naměřeným hodnotám. Za druhé, kvalitativní pořadí struktur zůstává konzistentní: Gyroid je tužší než BCC jak v simulaci (o 50 %), tak v experimentu (o 40 %). Fakt, že odchylka od MKP je u obou variant srovnatelná a systematická, naznačuje, že nejde o chybu měření, ale o vliv faktorů popsanych detailně v kapitole 6.2.

5 KONSTRUKČNÍ ŘEŠENÍ

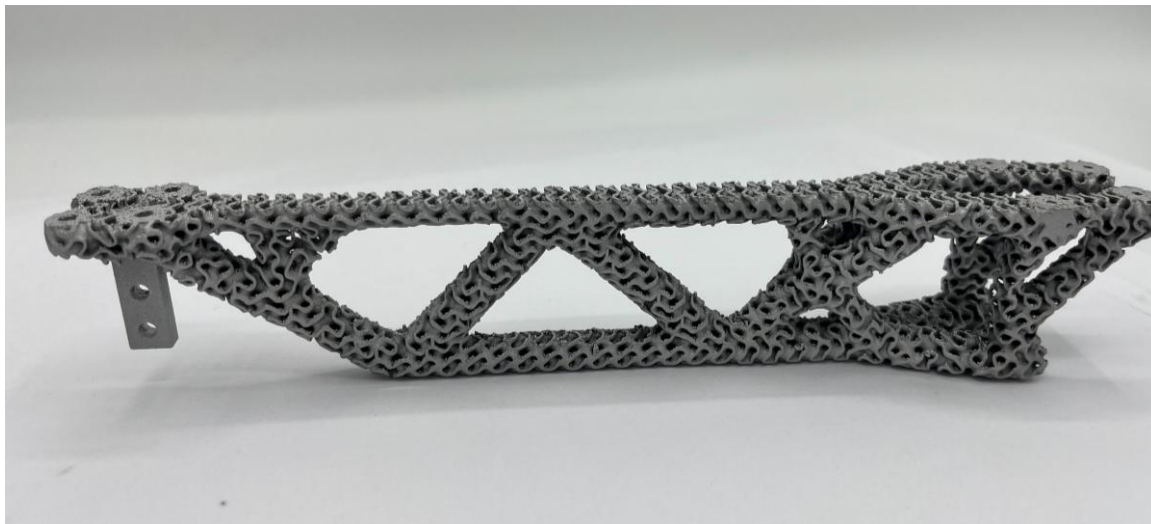
Tato kapitola shrnuje navržené konstrukční řešení ramene kvadrokoptéry a popisuje jednotlivé aspekty jeho realizace. Vychází z výsledků topologické optimalizace (kap.4.2) a iterativní optimalizace tloušťky struktury metodou *Field-Driven Design* (kap. 4.3.3), z nichž po experimentálním porovnání obou finálních variant v kap. 4.4 vzešla varianta s gradientní Gyroidovou strukturou jako řešení nejlépe splňující stanovené cíle.

5.1 Souhrn navrženého řešení a klíčové parametry

Finální konstrukční řešení představuje rameno kvadrokoptéry DJI F450 vyrobené technologií *Laser Powder Bed Fusion* (L-PBF) z hliníkové slitiny AlSi10Mg. Tvarová obálka ramene je výsledkem topologické optimalizace popsané v kap. 4.2 a je vyplněna gradientní Gyroidovou *lattice* strukturou s tloušťkou stěny modulovanou polem napětí von Mises.

Hodnoty bloku *Advanced Stress Thickness Modifier* v softwaru nTop byly nastaveny na rozsah $\sigma \in \langle 1,0; 3,0 \rangle$ MPa, kterému odpovídá tloušťka stěny $t \in \langle 0,5; 1,9 \rangle$ mm. Tato konfigurace byla v plné MKP simulaci celého ramene (kap. 4.3) identifikována jako optimální v poměru tuhost/hmotnost při zachování průchodnosti kanálů pro odstranění nespečeného prášku. Toto zjištění bylo dále potvrzeno experimentálním měřením.

Klíčové parametry navrženého ramene shrnuje Tab. 8.



Obr. 5-1 Zvolené konstrukční řešení topologicky optimalizovaného ramene dronu DJI F450 se strukturou Gyroid

Tab. 8 Shrnutí parametrů konstrukčního řešení

Parametr	Hodnota
Topologie struktury	Gyroid (gradientní)
Velikost základní buňky a	5 mm
Rozsah tloušťky stěny t	0,5 – 1,9 mm
Materiál	AlSi10Mg
Výrobní technologie	L-PBF
Hmotnost ramene CAD	43,65 g
Hmotnost ramene reálná	53,5 g
Tuhost (experiment, kap. 4.4)	39,4 N/mm
Měrná tuhost k/M (experiment)	0,74 (N/mm)/g
Maximální průhyb při $F = 6$ N	$\approx 0,15$ mm

Při maximálním tahu motoru $F = 6$ N (tah motoru A2212 920KV s vrtulí 9450 dle kap. 4.2.1) dosahuje rameno průhybu pouze přibližně 0,15 mm, což je hodnota plně dostačující pro zachování stability rotorů a přesnosti řízení kvadrokoptéry během letu.



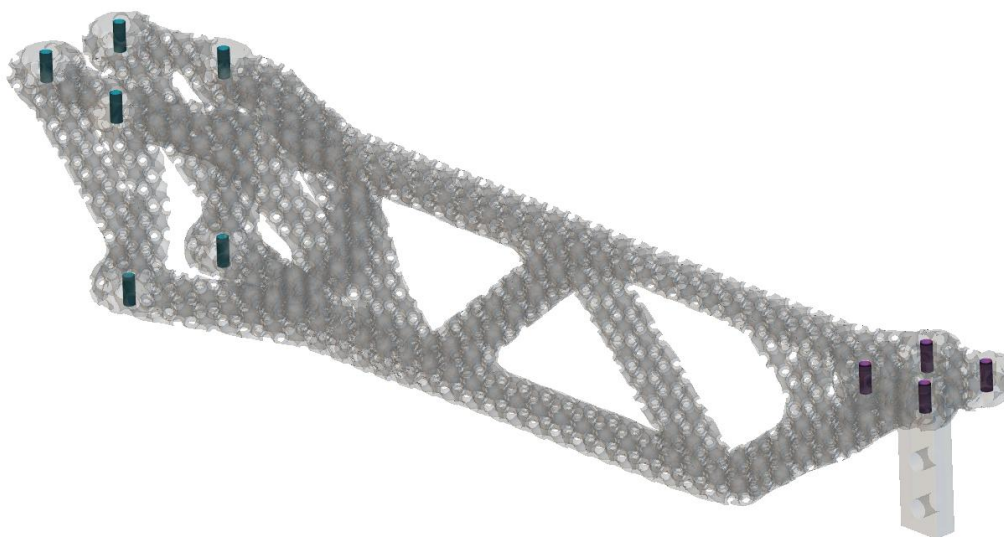
Obr. 5-2 Detail modifikované tloušťky struktury na finálním vyrobeném rameni dronu

5.2 Geometrický popis ramene a konstrukční rozhraní

Geometrie ramene je dle definice v kap. 4.2.1 rozdělena na dva typy regionů s odlišnou funkcí a odlišným zpracováním v rámci optimalizace.

Pasivní regiony zajišťují konstrukční rozhraní s ostatními díly kvadrokoptéry a v průběhu topologické optimalizace zůstávají beze změny. Úchyt u těla dronu obsahuje čtyři díry s přídatkem na obrobení pro šrouby M3 a jsou tak shodné s originálním plastovým ramenem DJI F450 – tím je zachována plná zaměnitelnost a navržené rameno lze namontovat na sériový rám bez dalších úprav.

Úchyt motoru zahrnuje sadu průchozích otvorů pro šrouby M3 pozicemi odpovídající montážnímu díram motoru A2212. Oba pasivní regiony jsou tvořeny objemovou geometrií, čímž je zajištěna dostatečná únosnost závitového spoje i opakovatelná smontovatelnost při údržbě.



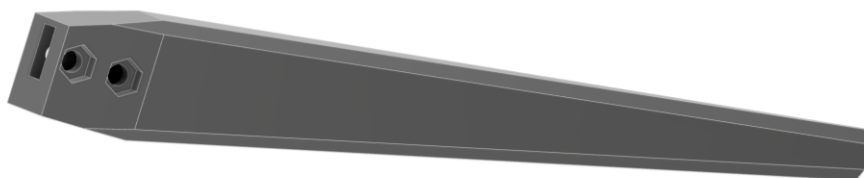
Obr. 5-3 Finální topologie ramene se zvýrazněnými montážními dírami: díry s přídávkem pro šrouby M3 u těla dronu (vlevo, modře); průchozí díry pro šrouby M3 u motoru (růžově, vpravo)

Oblast Design Space mezi oběma úchyty tvoří **gradientní Gyroidová struktura**. Velikost základní buňky Gyroidu byla ustanovena na hodnotě $a = 5 \text{ mm}$.

V blízkosti úchyty pro motor má každé rameno navíc montážní bloček se dvěma průchozími dírami pro šrouby M3. Zatímco originální plastové rameno DJI F450 obsahuje přistávací nožičku jako integrální součást vstřikovaného dílu, navržené hliníkové rameno se omezuje na zmíněný připojovací bloček, ke kterému se dvěma šrouby přimontuje samostatná nožička vyrobená 3D tiskem z polymeru PET-G. Nožička se zužuje směrem k zemi a obsahuje drážku (slot) na horní straně, do níž připojovací bloček ramene přesně zapadá; šrouby procházejí oběma otvory bločku a nožičky napříč. Toto rozdělení je zvoleno záměrně ze dvou důvodů.

Za prvé, modularita umožňuje variabilní délku a tvar nožičky podle aktuální konfigurace dronu. V cílové aplikaci (autonomní dron týmu Brno Mars Rover) je na spodní straně rámu zavěšena rozsáhlá soustava komponent, jejichž celková zástavbová výška překračuje světlost originální DJI F450 nožičky. Variabilní délka tištěné nožičky umožňuje tuto světlost přizpůsobit aktuální konfiguraci bez zásahu do nosné konstrukce.

Za druhé, přistávací nožička je u kvadrokoptéry obecně nejčastěji poškozovanou součástí – při tvrdém přistání či havárii pohlcuje rázovou energii. V navrženém řešení tak nožička plní funkci záměrně **deformační zóny**: její relativně poddajné polymerové provedení s nízkou objemovou výplní absorbuje energii nárazu plastickou deformací a chrání náročně vyrobené hliníkové rameno před poškozením. Náhrada zničené nožičky je přitom řádově levnější a rychlejší než nová výroba kompletního ramene technologií L-PBF.



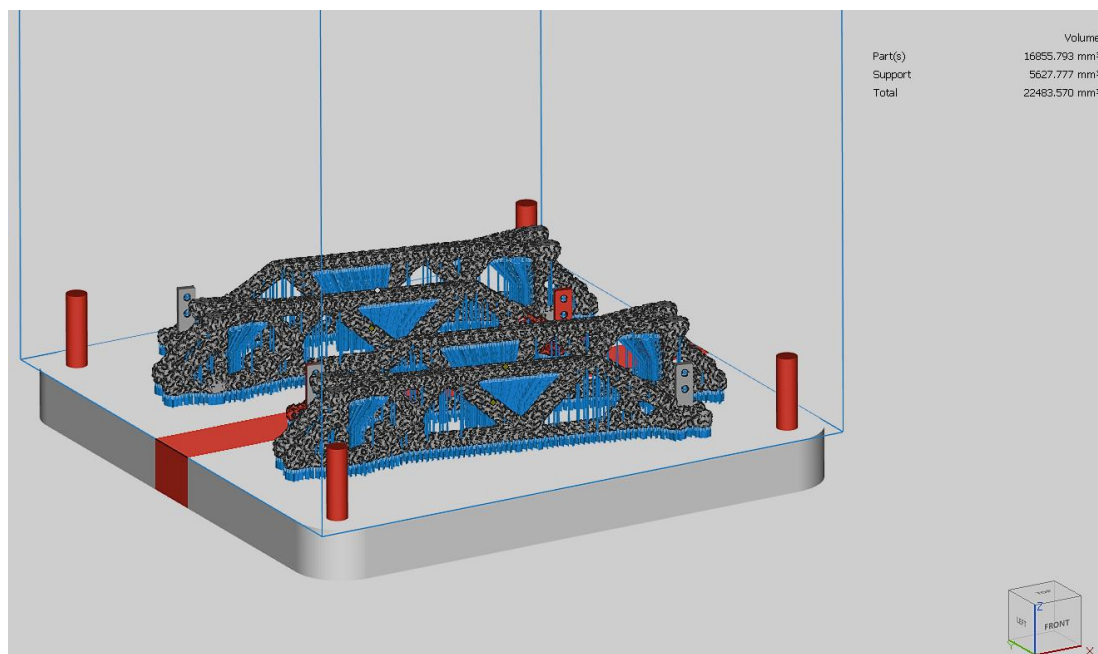
Obr. 5-4 Přistávací nožička v prostředí Autodesk Inventor

5.3 Příprava dat pro výrobu a orientace stavby

Příprava modelu pro výrobu byla provedena v softwarech nTop a Materialise Magics. Implicitní reprezentace geometrie byla převedena na Surface Mesh a exportována do formátu 3MF.

Orientace na platformě byla zvolena horizontální a vzhůru nohama, než bude rameno namontováno na těle dronu. Toto rozhodnutí bylo zapříčiněno primárně snahou o minimalizaci plochy převisů a počtu potřebných podpůrných struktur (kap. 2.1.6), jelikož každá podpora navíc prodlužuje čas při několik krocích samotného procesu (aplikace podpor v softwaru, výroba, odstraňování podpor a *post-processing*).

Podpůrné struktury byly nejprve generovány automaticky v softwaru Materialise Magics jako tzv. *Line support* (kontaktem je čára). Následně byla část z nich, která zasahovala dovnitř struktury odstraněna a zbytek nahrazen *Block supporty*. Poté bylo nutné projít vrstvu po vrstvě celou součást a přidat *Cone supporty* pod jakoukoliv část, která se začínala vytvářet ve volném prostoru (nad nezpevněným práškovým ložem).



Obr. 5-5 Finální ramena připravena k výrobě v programu Materialise Magics; supporty (modře) nastaveny

5.4 Výroba a post-processing

Vlastní výroba validačních prototypů byla provedena na zařízení SLM Solutions 280HL umístěném v laboratoři aditivní výroby Ústavu konstruování FSI VUT v Brně. Použitý plynem atomizovaný prášek AlSi10Mg. Procesní parametry (výkon laseru, rychlost skenování, šířka stopy, tloušťka vrstvy) odpovídaly osvědčeným hodnotám validovaným v předchozích pracích pro tento materiál [3].

Post-processing zahrnoval následující kroky (uvedeno i s přibližným časem každé operace):

- **Odstranění nespečeného prášku.** Po dokončení stavby byla platforma vyjmuta z komory, prášek z dílů byl odstraněn opakovaným otáčením platformy a vyfoukáním stlačeným vzduchem. Maximální tloušťka stěny $t = 1,9$ mm zvolená v kap. 4.3.3 byla horní hranicí, při níž ještě nedochází k uzavírání kanálů Gyroidu – jak ukázala simulace iterace 0,5–2,0 mm (kap. 4.3.3), překročení této hodnoty by vedlo k lokálnímu spojování dvou jinak oddělených kanálových systémů a nemožnosti prášek vysypat.

1 hodina

- **Tepelné zpracování.** Vzorky testované v experimentu (kap. 4.4) byly měřeny ve stavu po normalizačním žihání při 300 °C po dobu 2 hodin s následným pozvolným chladnutím v peci (kap. 2.1.3). Tímto je dosaženo snížení zbytkových napětí vzniklých rychlým ochlazováním v procesu L-PBF a mírného zvýšení tažnosti materiálu na úkor maximální pevnosti. Toto zpracování je pro provozní zatížení dronu (vibrace motorů, rázy při přistání) přínosné, neboť snižuje riziko křehkého lomu. I přes časovou náročnost vyžaduje tento proces minimum fyzické práce.

12 hodin

- **Oddělení od stavební platformy** bylo provedeno pásovou pilou s přívodem chladiva.

10 minut

- **Mechanické odstranění podpůrných struktur** v oblastech pasivních regionů kombinací kleští a brusných nástrojů. Vzhledem k absenci podpor uvnitř *self-supporting* Gyroidové struktury a předchozí promyšlené aplikaci podpor byl tento krok poměrně jednoduchý.

1,5 hodiny

- **Povrchová úprava** byla volena minimální – balotínování (tryskání skleněnými kuličkami), které sjednocuje vzhled povrchu, odstraňuje volně přilnuté satelity prášku.

5 minut

- **Řezání závitů M3** byla z hlediska fyzické práce i času jedna z nejobtížnějších částí. Celkem bylo potřeba předvrtat 24 děr akumulátorovou vrtačkou a následně vyrobit 24 závitů M3 sadou ručních závitníků.

6 hodin

Celkový čas post-processingu: cca 21 hodin

5.5 Výroba přistávacích nožiček (PET-G, FDM)

Přistávací nožičky byly navrženy v softwaru **Autodesk Inventor** jako jednoduché díly tvořené zužujícím se tělem s drážkou pro připojovací bloček ramene a dvěma průchozími otvory pro šroubový spoj M3. Délka nožičky byla zvolena tak, aby měl dron v aktuální konfiguraci se vši instalovanou senzorickou a výpočetní soustavu týmu Brno Mars Rover dostatečnou světlost. Nicméně tato součást je velmi jednoduchá na výrobu a ideální pro *rapid-prototyping*, není tedy problém tento design kdykoliv v budoucnu podle potřeby upravit se zachováním připojovacího slotu.

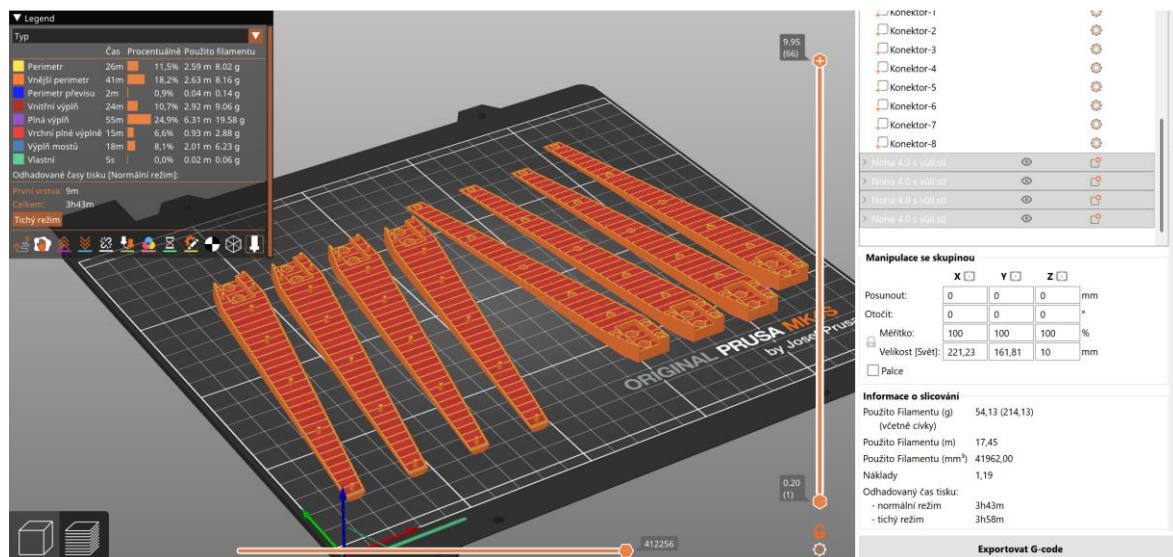
Tisk a parametry. Tisk byl proveden na 3D tiskárně **Prusa MK4S** filamentem PET-G. Klíčové procesní parametry zvolené v PrusaSliceru:

- výška vrstvy 0,15 mm
- objemové plnění (*infill*) **15 %**, vzor výplně – mřížka
- 2 obvodové stěny (perimetry), 5 horních a 5 spodních plných vrstev,
- teplota trysky a podložky nastavena podle předvoleného profilu použitého materiálu

Volba nízkého plnění 15 % je vědomým rozhodnutím v souladu s funkcí nožičky jako deformační zóny (kap. 5.2) – tuhá konstrukce s vysokým plněním by se při nárazu nedeformovala plasticky, ale přenášela by rázové zatížení dále do hliníkového ramene. Materiál PET-G má oproti běžnému PLA podstatně vyšší tažnost a houževnatost při pokojové teplotě a snáší cyklické rázové namáhání bez křehkého porušení, což je pro opakované přistávání žádoucí.

Klíčový výrobní detail – tisk ve dvou polovinách. Drážka v nožičce, do které dosedá připojovací bloček ramene, vyžaduje určitou míru rozměrové přesnosti obou opěrných ploch a děr pro šrouby – nepřesnost by způsobila buď vůli (nestabilní spoj a hluk při letu), nebo přesah (nemožnost sestavit nožičku s ramenem). Při přímém tisku celé nožičky v jednom kuse by drážka musela vzniknout buď jako vnitřní dutina s mostkováním (*sagging* filamentu, špatná spodní plocha drážky), nebo jako horní převis s podporami (nutnost odstranění podpor uvnitř úzké drážky, neuspokojivá kvalita povrchu). Obě varianty by vedly k nepřesné drážce.

Z tohoto důvodu byla každá nožička v PrusaSliceru **podélně rozříznuta na dvě poloviny** rovinou procházející osou drážky. Každá polovina pak byla tištěna samostatně tak, aby plocha tvořící boční stěnu drážky byla orientována přímo na tiskové podložce. Tím vznikla rovinná, geometricky přesná opěrná plocha bez vlivu mostkování a převisů. Po tisku byly obě poloviny slepeny vteřinovým lepidlem. Drážka tak vznikla jako negativ připojovacího bločku s vůlí 0,2mm pro snadné nasunutí (reálné FDM součásti se zmenší vlivem teplotní kontrakce). Toto rozhodnutí je typickou ukázkou *Design for FDM* – obdoby principů DfAM (kap. 2.1.6) aplikovaných na technologii FDM, kde orientace stavby přímo určuje dosažitelnou přesnost a kvalitu klíčových funkčních ploch.



Obr. 5-6 Snímek obrazovky z PrusaSliceru obsahující všechny 4 přistávací nožičky připravené k tisku

5.6 Srovnání s originálním dílem

Hmotnostní bilance celkového prototypu předpokládá výrobu čtyř shodných ramen v konfiguraci Gyroid. Porovnání s originálním plastovým ramenem rámu DJI F450 je v Tab. 9.

Tab. 9 Porovnání Topologicky optimalizovaného konstrukčního řešení s originálním plastovým dílem

Položka	Originál (PA66+30GF)	Navržené (AlSi10Mg)	Poměr / rozdíl
Hmotnost ramene M	50 g	53,5 g	+3,5 g (+7 %)
Tuhost k_{exp}	2,24 N/mm	39,4 N/mm	17,6×
Měrná tuhost k/M	0,045 (N/mm)/g	0,74 (N/mm)/g	16,5×
Průhyb při provozním $F = 6 \text{ N}$	$\approx 2,68 \text{ mm}$	$\approx 0,15 \text{ mm}$	17,6× menší

Reálné rameno je o 7 % těžší než originální plastové, což je nutné interpretovat v kontextu funkčních vlastností: navržené hliníkové rameno dosahuje tuhosti $k_{\text{exp}} = 39,4 \text{ N/mm}$ – tato hodnota je **17,6× vyšší** než tuhost originálního plastového ramene ($2,24 \text{ N/mm}$), jehož návrh není pro statické zatížení optimalizován a jehož materiál (PA66+30GF) má modul pružnosti přibližně 14× nižší než AlSi10Mg. Vyšší tuhost se přímo promítá do letové stability, přesnosti řízení a posuvu vlastních frekvencí.

Cílem topologické optimalizace nebylo dosáhnout absolutně nejnižší hmotnosti, ale **maximální měrné tuhosti při zachování hmotnostního limitu** daného originálem. Tento cíl byl v rovině CAD modelu splněn – hmotnost 43,65 g je o 13 % nižší než hmotnost originálu. Reálná hmotnost se však zvýšila o systematický přírůstek způsobený výrobními imperfekcemi L-PBF (kap. 4.1.6), což vedlo k překročení původní hmotnostní hranice. Další snížení reálné hmotnosti by bylo možné dosáhnout buď snížením t_{max} , či zvětšením velikosti buňky $a > 5 \text{ mm}$ (obě hodnoty přímo ovlivňují relativní hustotu). Hmotnostní nárůst o 7 % je však dle experimentálního měření přebit **16,5× vyšší měrnou tuhostí**, což představuje řádové zlepšení funkčních vlastností ramene při zanedbatelné penalizaci letové výdrže.

5.7 Realizace prototypu a integrace do kvadrokoptéry

Realizace plného prototypu kvadrokoptéry spočívá ve výrobě čtyř identických ramen v Gyroidové konfiguraci popsané v kap. 5.1 a jejich montáži na centrální rám DJI F450 standardními M3 šrouby. Zachovaná zaměnitelnost s originálním plastovým ramenem (kap. 5.2) zaručuje, že žádné další úpravy rámu ani řídicí desky (PDB) nejsou nutné. Motorové úchyty jsou kompatibilní s instalovanými motory A2212.



Obr. 5-7 Dron s Topologicky optimalizovanými rameny vyrobenými L-PBF technologií za využití Gyroid *lattice* struktury

5.8 Letová zkouška

V závěrečné fázi práce byla provedena letová zkouška sestaveného dronu se čtyřmi topologicky optimalizovanými, hliníkovými rameny a PET-G přistávacími nožičkami.

První dva starty proběhly bez problémů. Při prvním z nich se dron odlepil od země, dosáhl stabilizovaného *hoveru* v malé výšce a bezpečně přistál. Při druhém startu, během něhož dron strávil ve vzduchu déle než jednu minutu, **kromě stabilizovaného *hoveru* provedl i základní manévry zahrnující vertikální a horizontální pohyb**. Tento pokus byl rovněž ukončen řízeným přistáním. Při třetím startu však dron krátce po vzletu velmi náhle ztratil stabilitu a začal rotovat kolem horizontální osy, čímž došlo k pádu na zem z výšky cca 4 m.



Obr. 5-8 Dron ve výšce cca 6 m při druhém zkušebním letu

Vyhodnocení škod. Při následné prohlídce dronu bylo zjištěno, že **žádné ze čtyř hliníkových ramen nevykazuje známky poškození** – nebyly identifikovány trhliny, plastické deformace ani uvolnění závitových spojů v pasivních regionech. Naopak centrální rám DJI F450 a část řídicí elektroniky a rám utrpěly při nárazu poškození takového rozsahu, že další letové testy již nebylo možné uskutečnit.

Interpretace výsledku. Charakter selhání – velmi náhlá ztráta stability za rotace kolem horizontální osy v nízké výšce nad zemí – je typický pro poruchy v pohonném řetězci či řízení dronu (výpadek regulátoru či motoru, zkrat, případně porucha inerciální měřicí jednotky), nikoliv pro mechanické selhání nosné konstrukce. Mechanické selhání ramene by se projevilo viditelným porušením struktury, k němuž však nedošlo. Přesná příčina zatím nebyla stanovena. Je nutné analyzovat data naměřená během letu.

Pozitivním zjištěním je, že **ramena přečkala náraz bez viditelného poškození**. Incident sice nepředstavuje řízenou rázovou zkoušku a nelze z něj kvantitativně určit rázovou odolnost konstrukce, poskytuje však předběžné kvalitativní potvrzení mechanické integrity navržených ramen při neplánovaném dynamickém zatížení nárazem.

Omezení a další postup. Vzhledem k poškození rámu a elektroniky nebylo možné letovou zkoušku opakovat. Komplexní analýza návrhu – zahrnující identifikaci konkrétní příčiny pádu na základě telemetrických dat, dlouhodobé testy působení vibrací s akcelerometrickým záznamem na centrálním rámu, opakované přistávací cykly a vyhodnocení únavového chování ramen v reálném provozu – je proto navrženo jako součást navazujícího výzkumu (viz kap. 6.1).

6 DISKUZE

6.1 Ověření hypotézy a splnění cílů práce

Pracovní hypotézou, která vyplývá z úvodu a analýzy problému (kap. 1 a 3.1), bylo, že kombinací topologické optimalizace, gradientní *lattice* struktury a aditivní výroby z hliníkové slitiny AlSi10Mg lze navrhnout rameno kvadrokoptéry, které při hmotnosti srovnatelné s originálním plastovým dílem rámu DJI F450 dosáhne řádově vyšší tuhosti. Experimentální měření tuto hypotézu jednoznačně potvrdilo. Navržené rameno s gradientní Gyroidovou strukturou dosáhlo tuhosti $k = 39,4 \text{ N/mm}$ při hmotnosti 53,5 g, zatímco originální plastové rameno PA66+30GF s hmotností 50,0 g vykazalo tuhost pouze 2,24 N/mm (kap. 5.6, Tab. 9). Při hmotnostní penalizaci 7 % bylo dosaženo **17,6× vyšší tuhosti** a **16,5× vyšší měrné tuhosti k/M** – tedy řádového překonání referenčního stavu, jehož geometrie není pro statickou tuhost optimalizována a jehož základní materiál má modul pružnosti přibližně 14× nižší než AlSi10Mg.

Experimentální měření vyrobených ramen (kap. 4.4) prokázalo, že varianta Gyroid je v reálných podmínkách o **40 % tužší než varianta BCC** a o **58 % lepší v měrné tuhosti k/M** . Toto pořadí je v souladu s predikcemi MKP simulace, byť absolutní hodnoty tuhosti jsou v experimentu přibližně 5,2× (BCC) resp. 5,7× (Gyroid) nižší. Výsledky tak potvrzují, že volba Gyroid struktury pro topologickou optimalizaci ramene kvadrokoptéry je opodstatněná i v podmínkách reálné výroby a provozu.

Z hlediska jednotlivých dílčích cílů formulovaných v kap. 3.2 lze konstatovat následující:

- **Systematické porovnání topologií** bylo provedeno na osmi periodických strukturách (čtyři prutové a čtyři TPMS) v simulovaném třibodovém ohybu při shodné relativní hustotě (kap. 4.1). Výsledky doložily očekávanou převahu TPMS nad prutovými strukturami – všechny čtyři TPMS topologie vykazaly nižší průhyb než nejlepší prutová varianta.
- **Topologická optimalizace metodou SIMP** byla provedena v softwaru nTop (kap. 4.2). Vznikla optimalizovaná tvarová obálka ramene. Byly identifikovány a vyřešeny konstrukční obtíže – zejména odpojené úchyty u těla dronu, jejichž propojení bylo zajištěno prohozením vazeb a zatížení (kap. 4.2.4).
- **Gradientní struktura** byla metodou *Field-Driven Design* iteračně optimalizována pro obě finální topologie. U Gyroidu vedla optimalizace k rozsahu tloušťky stěny **0,5 - 1,9 mm** a měrné tuhosti $k/M = 5,05 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1} \cdot \text{g}^{-1}$ v MKP, tedy o 83 % více než nejlepší konfigurace BCC* (kap. 4.3.3).
- **Porovnání variant statickou MKP analýzou** poskytlo jednoznačný kvalitativní verdikt ve prospěch Gyroidu, který byl následně potvrzen i experimentálně.

- **Experimentální měření vyrobených ramen** (kap. 4.4) prokázalo, že Gyroid je oproti BCC o 40 % tužší a o 58 % lepší v měrné tuhosti, čímž bylo potvrzeno pořadí topologií předpovězené simulací.
- **Funkčnost finálního řešení v reálném provozu** byla ověřena letovou zkouškou (kap. 5.8). Dva ze tří startů proběhly úspěšně se stabilizovaným *hoverem* a základními manévry. Třetí start sice skončil neřízeným pádem z výšky přibližně 4 m, hliníková ramena však tento pád přečkala bez viditelného poškození.

Všechny dílčí cíle stanovené v kap. 3.2 lze označit za splněné. Hlavní cíl práce – návrh ramene s maximální možnou tuhostí konstrukce při hmotnosti srovnatelné s originálem – byl rovněž splněn, a to s mírou překonání referenčního dílu, která podstatně přesahuje výchozí očekávání formulovaná v úvodu.

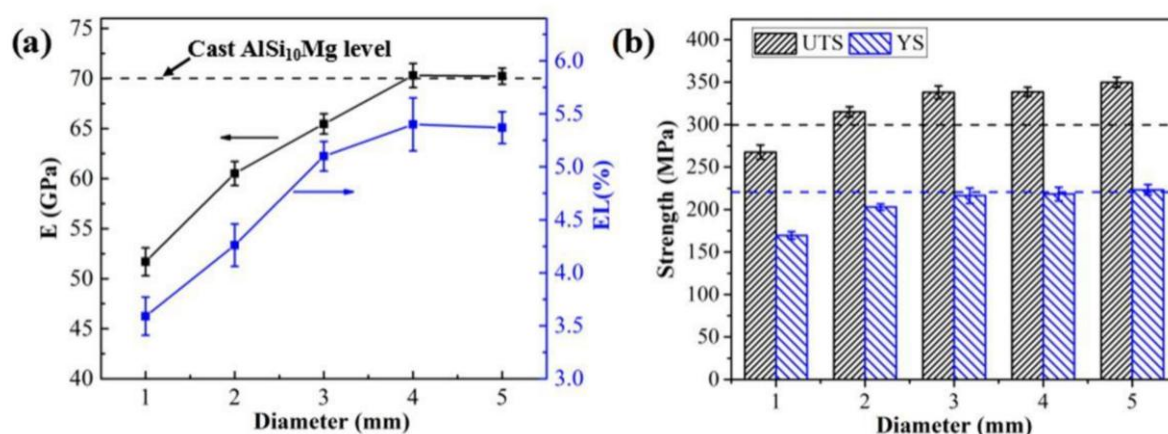
6.2 Rozdíl mezi MKP simulací a experimentem

Porovnání naměřených tuhostí s predikcemi MKP simulace (Tab. 7, kap. 4.4.6) ukázalo, že **MKP simulace nadhodnocuje tuhost o 420 % u BCC a o 470 % u Gyroidu** – tedy přibližně $5,2\times$ resp. $5,7\times$ oproti naměřeným hodnotám. Tato odchylka výrazně přesahuje rozsah typicky uváděný v literatuře pro tlakové zkoušky kovových *lattice* vzorků, kde experiment dosahuje přibližně 24–41 % pod predikcí MKP [9]. Příčinou je souběh několika vlivů, které u standardních konfigurací nepůsobí ve stejné míře a které jsou rozebrány níže.

Degradace materiálových vlastností v tenkých prvcích L-PBF procesu. Při L-PBF výrobě nejsou skutečné materiálové vlastnosti tenkého prvku totožné s katalogovými hodnotami objemového materiálu – degradují s klesajícím rozměrem i sklonem prvku ke stavební platformě. Příčin je více: výraznější vliv povrchové drsnosti a přilepených satelitů, odlišná rychlost ochlazování, rozdílná kontaktní plocha mezi vrstvami atd. Dong et al. ve dvou systematických studiích na AlSi10Mg prutech dokumentují oba efekty: první studie [53] ukazuje pokles Youngova modulu, meze kluzu i meze pevnosti se zmenšujícím se průměrem prutu (rozsah 1–5 mm), druhá [54] analogický pokles se snižujícím se úhlem prutu k horizontále ($35,5^\circ$ – 90°). Tab. 10 shrnuje data Dongovy první studie [53]; Obr. 6-1 graficky zobrazuje totéž.

Tab. 10 Mechanické vlastnosti SLM vyrobených AlSi10Mg prutů v závislosti na průměru D dle Dong et al.[53].

t mm	E GPa	Pokles E vůči t = 5 mm	UTS MPa	Pokles UTS vůči t = 5 mm	Pórovitost %
1	51,7	-26,6 %	267,7	-23,4 %	1,87
2	60,5	-14,1 %	315	-9,9 %	1,26
3	65,4	-7,1 %	338	-3,3 %	0,57
4	70,3	-0,1 %	344	-1,6 %	0,12
5	70,4	0 % (ref.)	349,5	0 % (ref.)	0,10



Obr. 6-1 Efekt měnícího se průměru prutu na mechanické vlastnosti (*size effect*) AlSi10Mg: (a) modul pružnosti (EM) a prodloužení (EL); (b) mez pevnosti (UTS) a mez pružnosti (YS) [53]

Z dat je patrné, že pokles mechanických vlastností **není lineární** – křivka se s klesajícím průměrem prudce zostrňuje. Zatímco mezi t = 5 a 4 mm je rozdíl Youngova modulu pouze 0,1 GPa (méně než 1 %), mezi t = 2 a 1 mm klesne *E* dokonce o 8,8 GPa při stejné změně průměru! Podobně roste pórovitost z 0,10 % (u t = 5 mm) na 1,87 % (u t = 1 mm) – téměř dvacetinásobně. Tento nelineární trend ukazuje, že **malé snížení rozměru pod určitý práh způsobuje nepoměrně velkou degradaci materiálu**.

Rozměry struktur v této práci leží na hraně či za hranicí dostupných dat. Pruty BCC varianty mají tloušťku 0,8–1,5 mm – některé pruty jsou tedy tenčí než nejtenčí Dongem zkoumaný vzorek (1 mm) [53]. Stěny Gyroidu v nejtenčích místech dosahují pouhých 0,5 mm, tedy poloviny nejtenčího Dongova prutu. Vzhledem k nelineárnímu charakteru trendu lze v této oblasti realisticky očekávat výraznější degradaci materiálových vlastností, než by odpovídalo prosté lineární extrapolaci. Navíc Dongovy práce řeší prutovou geometrii – Gyroid je plošná (*sheet*) TPMS struktura s ještě vyšším poměrem povrchu k objemu, u níž lze předpokládat kvalitativně podobnou závislost, ale bez přímých experimentálních dat.

Hodnota Youngova modulu použitá v MKP simulaci. nTop pracoval s katalogovou hodnotou $E = 70$ GPa pro AlSi10Mg. Tato hodnota odpovídá aditivně vyrobenému objemovému materiálu – Bassoli et al. [9] pro objemový vzorek AlSi10Mg naměřili $E = 60$ GPa, a Dong et al. [54] u nejtenčích testovaných prutů s nejmenším úhlem vůči horizontále (1 mm, 35,5°) uvádí $E = 45,4$ GPa. **Použití 70 GPa v simulaci tedy výrazně nadhodnocuje predikovanou tuhost a má pravděpodobně největší podíl na pozorovaném rozdílu.**

Charakter zatížení – ohyb namísto tlaku. Obě zmiňované práce Dong et al. pracují se vzorky prutů namáhanými axiálně, takže je napětí rozloženo rovnoměrně v celém příčném průřezu. Při ohybu prutu je však maximální napětí na jeho povrchu, tedy přesně tam, kde se nejvíce projevují povrchové defekty L-PBF výroby. Struktura BCC je *bending – dominated* a její pruty se deformují primárně ohybem, což činí tuto variantu zvláště citlivou na povrchové defekty. Gyroid jakožto *sheet* TPMS struktura s plynulou geometrií bez koncentrátorů napětí přenáší zatížení částečně i tahem/tlakem ve stěnách [28], což citlivost na povrchové defekty snižuje, přestože jeho stěny jsou tenčí.

Naměřený rozdíl mezi MKP simulací a experimentem tedy není chybou jedné z metod, ale důsledkem toho, že MKP simulace s katalogovými hodnotami materiálových vlastností nepodchycuje chování L-PBF vyrobených tenkostěnných struktur v ohybovém namáhání. Pro přesnější predikci absolutních hodnot tuhosti by bylo nutné vycházet z efektivních materiálových vlastností stanovených na vzorcích odpovídajícího rozměru a orientaci – tato data v současné literatuře chybí a představují přirozený směr navazujícího výzkumu. **Pro komparativní hodnocení různých struktur však zůstává MKP simulace validním nástrojem** – shoda kvalitativního pořadí Gyroid > BCC v obou metodách to potvrzuje. Toto zjištění samo o sobě má metodický význam přesahující tuto práci. Ukazuje, že katalogové materiálové vlastnosti nelze použít pro tenkostěnné struktury v ohybu, a definuje hranici, za níž je nutné získávat efektivní materiálová data experimentálně.

Vyrobitelnost jako rovnocenné kritérium s mechanickými vlastnostmi. Druhým zjištěním s metodickým přesahem je nezbytnost zohlednit vyrobitelnost při výběru topologie. Klasická literatura (Ashby [27], Deshpande et al. [50]) hodnotí *lattice* topologie primárně dle Maxwellova kritéria a mocninných zákonů [27]. Z této perspektivy by Octet, jako jediná staticky určitá *stretching – dominated* prutová struktura ve výběru, měl být první volbou. Experimentální měření vyrobitelnosti (kap. 4.1.6) však ukázalo, že u prutů AlSi10Mg vyráběných L-PBF technologií dochází k systematické kladné rozměrové odchylce +65 % u horizontálních a +34 % u šikmých prutů. Tato odchylka je natolik výrazná, že reálná geometrie Octetu se zásadně odlišuje od CAD modelu (a tudíž i od geometrie, pro kterou byla homogenizací vypočtena efektivní matice tuhosti C^*). Pro kombinaci materiálu AlSi10Mg a použitého L-PBF zařízení tak Octet nepředstavuje realistickou volbu, zatímco u jiných materiálů (např. Ti6Al4V) může být závěr odlišný. Toto zjištění zdůrazňuje, že volbu topologie pro aditivní výrobu nelze provádět nezávisle na volbě materiálu.

6.3 Zjednodušení modelu a vnesené chyby

Použitá metodika obsahuje několik zjednodušení, která je při interpretaci výsledků třeba zohlednit.

Statická lineárně elastická analýza. Veškeré simulace MKP byly provedeny jako statické lineárně elastické úlohy. Skutečné provozní zatížení ramene zahrnuje i dynamické jevy při manévrech, rázové zatížení při přistání, vibrace a cyklickou únavu. Tyto vlivy práce neuvažuje. Při dosahovaných napětích řádově v jednotkách MPa a mezi kluzu AlSi10Mg po žíhání $R_{p0,2} \approx 198$ MPa [7] zůstává rezerva pro statickou pevnost značná; plastické deformace nenastávají a lineární předpoklad je splněn s velkou rezervou. Otázka únavového chování L-PBF vyráběných tenkostěnných struktur ve vibračním prostředí kvadrokoptéry však zůstává mimo rozsah této práce a je navržena jako směr navazujícího výzkumu (viz kap. 7).

Idealizované zatížení od motoru. Statická síla $F = 6$ N (kap. 4.2.2) reprezentuje maximální tah motoru A2212 920KV s vrtulí 9450 dle tabulky výrobce. Skutečné zatížení obsahuje rovněž krouťací moment kolem osy hřídele motoru a případné rázy při přistání/pádu. Pro účely topologické optimalizace zaměřené primárně na ohybovou tuhost byly tyto vlivy záměrně zanedbány. Pro plnohodnotnou pevnostní analýzu by je bylo nutné doplnit.

Spolehlivost napět'ových hodnot $\sigma_{\max}$ v MKP simulacích. Hodnoty maximálního redukovaného napětí $\sigma_{\max}$ uvedené v iteračních tabulkách (kap. 4.3.3) jsou pouze orientační a nelze je přímo interpretovat jako skutečné napětí v součásti. Hlavními důvody jsou tři jevy.

- **Numerické singularity u Gyroidu:** topologická optimalizace s prahem 0,05 může ve výsledném tvaru zanechat lokálně tenké oblasti, které při vyplňování TPMS strukturou generují prvky s extrémně malým průřezem. Tyto prvky nikdy nevzniknou při reálné výrobě (program připravující data pro aditivní výrobu v těchto oblastech nedokáže vytvořit stopu laseru), ale v MKP modelu způsobují skokové špičky napětí. To vysvětluje hodnotu $\sigma = 33,96$ MPa u Gyroid baseline (Tab. 4), zatímco po optimalizaci tloušťky klesla na 5–6 MPa (**tyto hodnoty se stále nacházely v tenkých oblastech, tudíž jsou i tak vyšší, než reálně budou**).
- **Koncentrátory napětí u uzlů BCC:** přestože bylo pro BCC nasazeno lokální zjemnění sítě v uzlech pomocí *Field-Driven workflow* (kap. 4.3.2), uzlové oblasti prutové struktury jsou místy koncentrace napětí a výsledné hodnoty σ jsou proto citlivé na hustotu sítě. Další optimalizací parametrů struktury by se dalo osáhnout modulováním průměru přechodu v uzlech.
- **Předpokládané materiálové vlastnosti.** Jak bylo diskutováno výše, pro přesné výsledky MKP simulace je důležité mít přesné vstupní parametry materiálu.

Experimentální nejistota měření. Fotogrammetrická metoda TRITOP poskytuje přesnost řádově setin milimetru, což je při naměřených posuvech 0,256–4,505 mm spolehlivé. Vzhledem k tomu, že rozdíl mezi simulací a experimentem činí stovky procent, nepředstavuje měřicí nejistota významný příspěvek a nelze jí pozorovanou odchylku vysvětlit (kap. 4.4.4).

7 ZÁVĚR

Předkládaná bakalářská práce řešila návrh ramene kvadrokoptéry rámu DJI F450, vyráběného z hliníkové slitiny AlSi10Mg technologií *Powder Bed Fusion*, a to tak, aby bylo při hmotnosti srovnatelné s originálním plastovým dílem dosaženo výrazně vyšší tuhosti. Řešení bylo strukturováno do čtyřstupňové metodiky, složené z homogenizačního porovnání struktur, topologické optimalizace metodou SIMP, *Field-Driven Design* gradientní *lattice* struktury a experimentální validace. Všechny čtyři složky pak byly propojeny do jediného návrhového procesu, uzavřeného letovou zkouškou.

Hlavní výsledky. Z osmi periodických topologií, porovnaných v simulovaném třibodovém ohybu, byl výběr po zohlednění vyrobitelnosti zúžen na dva finalisty: Gyroid jako zástupce TPMS a BCC jako zástupce prutových struktur. Topologická optimalizace návrhového prostoru ramene poskytla hustotní pole, které bylo pro každou topologii vyplněno gradientní strukturou s tloušťkou modulovanou polem redukovaného napětí von Mises. Iterační optimalizace identifikovala jako optimální konfigurace BCC v rozsahu $t = 0,8\text{--}1,5\text{ mm}$ ($k/M = 2,76\text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}\cdot\text{g}^{-1}$ v MKP) a Gyroid v rozsahu $t = 0,5\text{--}1,9\text{ mm}$ ($k/M = 5,05\text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}\cdot\text{g}^{-1}$ v MKP). Experimentální fotogrammetrické měření vyrobených ramen potvrdilo, že **Gyroid je o 40 % tužší než BCC a o 58 % lepší v měrné tuhosti**. Finální navržené rameno s Gyroidovou strukturou o hmotnosti 53,5 g dosahuje tuhosti 39,4 N/mm, což znamená, že ve srovnání s originálním plastovým ramenem o hmotnosti 50 g a tuhosti 2,24 N/mm jde o **17,6× vyšší tuhost při 7 % hmotnostní penalizaci**. Funkčnost řešení byla ověřena letovou zkouškou, při níž dron provedl stabilizovaný *hover* a základní manévry. Následný neřízený pád z výšky cca 4 m však hliníková ramena přečkala bez viditelného poškození.

Splnění cílů. Všechny dílčí cíle stanovené v kap. 3.2 byly splněny:

- systematické porovnání topologií
- topologická optimalizace ramene
- návrh gradientní struktury metodou *Field-Driven Design*
- MKP analýza
- experimentální validace i ověření v reálném provozu

Hlavní cíl práce, to je návrh ramene s maximální možnou tuhostí konstrukce při hmotnosti srovnatelné s originálem, byl rovněž splněn, a to s mírou překonání referenčního dílu řádově převyšující očekávání formulovaná v úvodu.

Metodický přínos. Vedle konkrétního konstrukčního řešení přináší práce zobecnitelnou metodiku, jež propojuje homogenizaci, topologickou optimalizaci, *Field-Driven Design* a experimentální validaci, použitelnou pro návrh lehkých a tuhých konstrukčních dílů. Pozorovaný **systematický rozdíl mezi MKP simulací a experimentem u tenkostěnných L-PBF struktur** (420–470 %) navíc upozorňuje na limity katalogových materiálových vlastností při návrhu prvků na hranici výrobních možností procesu – zjištění, které se vymyká hodnotám uváděným v dostupné literatuře pro standardní tlakové zkoušky a má bezprostřední dopad na validační *workflow* podobných úloh.

Otevřené otázky a směry navazujícího výzkumu. Bakalářská práce z definice nepokrývá veškeré komplexní aspekty návrhu. Mimo její rámec zůstávají zejména:

- **Únavové chování** L-PBF vyráběných tenkostěnných struktur při cyklickém zatěžování. Zatímco statická tuhost byla detailně řešena, dlouhodobé chování při periodickém zatížení by vyžadovalo kontrolované únavové testy.
- **Stanovení efektivních materiálových vlastností** pro tenkostěnné L-PBF AlSi10Mg prvky v závislosti na tloušťce a úhlu stavby. Tato data jsou v současné literatuře dostupná pouze pro pruty o průměru 1–5 mm [53][54]. Mechanické vlastnosti tenkostěnných PBF aditivně vyrobených TPMS struktur jsou z velké části neprozkoumány.
- **Optimalizace ramene s ohledem na vibrační odezvu** prostřednictvím modální analýzy a topologické optimalizace s frekvenčním omezením. Aktuální návrh maximalizuje statickou tuhost; cílená modulace vlastních frekvencí mimo rozsah otáček motoru by mohla dále zlepšit letové vlastnosti dronu, převážně v oblasti zcela autonomního letu.
- **Analýza příčiny pádu** při třetím startu letové zkoušky (kap. 5.8) na základě telemetrických dat, případně zopakování letových testů na novém rámu v kontrolovaných podmínkách, umožňujících identifikaci poruchy v pohonném řetězci či řídicí elektronice.

Tyto směry představují přirozené pokračování práce v rámci magisterského studia a otevírají prostor pro hlubší zkoumání limitů, na něž tato bakalářská práce poukázala.

8 SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1] STANDARDIZATION, International Organization for. *ISO/ASTM 52900:2021 Additive manufacturing – General principles – Fundamentals and vocabulary*. Geneva: International Organization for Standardization, 2021. Dostupné také z: <https://www.iso.org/standard/74514.html>.
- [2] DEBROY, Tarasankar; WEI, H. L.; ZUBACK, J. S.; MUKHERJEE, T.; ELMER, J. W. et al. Additive manufacturing of metallic components – Process, structure and properties. *Progress in Materials Science*. 2018, roč. 92, s. 112-224. ISSN 0079-6425. Dostupné z: <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.pmatsci.2017.10.001>.
- [3] ABOULKHAIR, Nesma T.; SIMONELLI, Marco; PARRY, Luke; ASHCROFT, Ian; TUCK, Christopher et al. 3D printing of Aluminium alloys: Additive Manufacturing of Aluminium alloys using selective laser melting. *Progress in Materials Science*. 2019, roč. 106, s. 100578. ISSN 0079-6425. Dostupné z: <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.pmatsci.2019.100578>.
- [4] PRAZE, ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V. *LPBF 3D tisk*. Online. Praha: Fakulta strojní ČVUT, 2024. Dostupné z: <https://www.fs.cvut.cz/ostatni/sekce-3dtisk/3dtisk/moznosti-3dtisk/rozdeleni-technologie-3dtisk/lpbf-3dtisk/>. [cit. 2026-05-20].
- [5] SERAJ, Payam; AKBARZADEH, Abbas a MOHAMMADI, Mohsen. Finite element heat transfer analysis in selective laser melting of AlSi10Mg alloy using bi-directional scan strategy: Enhanced thermal conductivity considerations: Enhanced thermal conductivity considerations. *Journal of Materials Research and Technology*. 2023, roč. 27, s. 6008-6020. ISSN 2238-7854. Dostupné z: <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jmrt.2023.11.083>.
- [6] PONNUSAMY, Panneer; RASHID, Rizwan Abdul Rahman; MASOOD, Syed Hasan; RUAN, Dong a PALANISAMY, Suresh. Mechanical Properties of SLM-Printed Aluminium Alloys: A Review: A Review. *Materials*. 2020, roč. 13, č. 19, s. 4301. ISSN 1996-1944. Dostupné z: <https://doi.org/https://doi.org/10.3390/ma13194301>.

- [7] PAN, Wei; YE, Zhanggen; ZHANG, Yongzhong; LIU, Yantao; LIANG, Bo et al. Research on Microstructure and Properties of AlSi10Mg Fabricated by Selective Laser Melting. *Materials*. 2022, roč. 15, č. 7, s. 2528. ISSN 1996-1944. Dostupné z: <https://doi.org/https://doi.org/10.3390/ma15072528>.
- [8] ABOULKHAIR, Nesma T.; EVERITT, Nicola M.; ASHCROFT, Ian a TUCK, Chris. Reducing porosity in AlSi10Mg parts processed by selective laser melting. *Additive Manufacturing*. 2014, roč. 1-4, s. 77-86. ISSN 2214-8604. Dostupné z: <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.addma.2014.08.001>.
- [9] BASSOLI, Eleonora; DEFANTI, Silvio; TOGNOLI, Eugenio; VINCENZI, Nicolò a DEGLI ESPOSTI, Lorenzo. Dimensional and mechanical assessment of gyroid lattices produced in aluminum by laser powder bed fusion. *Meccanica*. 2024, roč. 59, s. 727-740. ISSN 0025-6455. Dostupné z: <https://doi.org/https://doi.org/10.1007/s11012-024-01854-7>.
- [10] THOMAS, Daniel. *The Development of Design Rules for Selective Laser Melting*. Cardiff, 2009. Dostupné také z: <https://repository.cardiffmet.ac.uk/handle/10369/924>.
- [11] LANGELAAR, Matthijs. An additive manufacturing filter for topology optimization of print-ready designs. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2017, roč. 55, č. 3, s. 871-883. ISSN 1615-147X. Dostupné z: <https://doi.org/https://doi.org/10.1007/s00158-016-1522-2>.
- [12] ZELINSKI, Peter. *7 Helpful Numbers Quantify Design Rules for Additive Manufacturing*. Online. Cincinnati: Gardner Business Media, 2016. Dostupné z: <https://www.additivemanufacturing.media/articles/7-helpful-numbers-quantify-design-rules-for-am>. [cit. 2026-05-20].
- [13] BUGATTI. *Bugatti Chiron Brake Caliper – Additive Manufacturing*. Online. YouTube, 2018. Dostupné z: <https://www.youtube.com/watch?v=SRA5CFLYkUQ>. [cit. 2026-05-20].
- [14] ARTSTATION. *Bugatti Chiron 3D Printed Titanium Brake Caliper*. Online. ArtStation, 2018. Dostupné z: <https://www.artstation.com/artwork/YK8dmY>. [cit. 2026-05-20].

- [15] THOMPSON, Mary Kathryn; MORONI, Giovanni; VANEKER, Tom; FADEL, Georges; CAMPBELL, R. Ian et al. Design for Additive Manufacturing: Trends, opportunities, considerations, and constraints: Trends, opportunities, considerations, and constraints. *CIRP Annals*. 2016, roč. 65, č. 2, s. 737-760. ISSN 0007-8506. Dostupné z: <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.cirp.2016.05.004>.
- [16] BENDSØE, Martin Philip a SIGMUND, Ole. *Topology Optimization: Theory, Methods and Applications: Theory, Methods and Applications*. 2. Berlin: Springer-Verlag, 2004. ISBN 978-3-540-42992-0. Dostupné také z: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-662-05086-6>.
- [17] BENDSØE, Martin Philip a KIKUCHI, Noboru. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 1988, roč. 71, č. 2, s. 197-224. ISSN 0045-7825. Dostupné z: [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0045-7825\(88\)90086-2](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0045-7825(88)90086-2).
- [18] BENDSØE, Martin Philip. Optimal shape design as a material distribution problem. *Structural Optimization*. 1989, roč. 1, č. 4, s. 193-202. ISSN 0934-4373. Dostupné z: <https://doi.org/https://doi.org/10.1007/BF01650949>.
- [19] BENDSØE, Martin Philip a SIGMUND, Ole. Material interpolation schemes in topology optimization. *Archive of Applied Mechanics*. 1999, roč. 69, č. 9-10, s. 635-654. ISSN 0939-1533. Dostupné z: <https://doi.org/https://doi.org/10.1007/s004190050248>.
- [20] ALLAIRE, Grégoire; JOUVE, François a TOADER, Anca-Maria. Structural optimization using sensitivity analysis and a level-set method. *Journal of Computational Physics*. 2004, roč. 194, č. 1, s. 363-393. ISSN 0021-9991. Dostupné z: <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jcp.2003.09.032>.
- [21] HUANG, Xiaodong a XIE, Yi Min. *Evolutionary Topology Optimization of Continuum Structures: Methods and Applications: Methods and Applications*. Chichester: John Wiley, 2010. ISBN 978-0-470-74653-0. Dostupné také z: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/book/10.1002/9780470689486>.
- [22] INC., nTopology. *NTop Documentation: Implicit Modeling, Field-Driven Design and Lattice Generation: Implicit Modeling, Field-Driven Design and Lattice Generation*. Online. New York: nTopology, 2023. Dostupné z: <https://www.ntop.com/>. [cit. 2026-05-12].

- [23] GIBSON, Lorna J. a ASHBY, Michael F. *Cellular Solids: Structure and Properties: Structure and Properties*. 2. Cambridge: Cambridge University Press, 1997. ISBN 978-0-521-49911-8. Dostupné také z: <https://www.cambridge.org/core/books/cellular-solids/BC25789552BAA8E3CAD5E1D105612AB5>.
- [24] NAZIR, Aamer; ABATE, Kalayu Mekonen; KUMAR, Ajeet a JENG, Jeng-Ywan. A state-of-the-art review on types, design, optimization, and additive manufacturing of cellular structures. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2019, roč. 104, č. 9–12, s. 3489-3510. ISSN 0268-3768. Dostupné z: <https://doi.org/10.1007/s00170-019-04085-3>.
- [25] HASSANI, Behrooz a HINTON, Ernest. A review of homogenization and topology optimization I – homogenization theory for media with periodic structure. *Computers & Structures*. 1998, roč. 69, č. 6, s. 707-717. ISSN 0045-7949. Dostupné z: [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0045-7949\(98\)00131-X](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0045-7949(98)00131-X).
- [26] ARABNEJAD, Sajad a PASINI, Damiano. Mechanical properties of lattice materials via asymptotic homogenization and comparison with alternative homogenization methods. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2013, roč. 77, s. 249-262. ISSN 0020-7403. Dostupné z: <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2013.10.003>.
- [27] ASHBY, Michael F. The properties of foams and lattices. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 2006, roč. 364, č. 1838, s. 15-30. ISSN 1364-503X. Dostupné z: <https://doi.org/https://doi.org/10.1098/rsta.2005.1678>.
- [28] CALLADINE, Christopher R. Buckminster Fuller's "tensegrity" structures and Clerk Maxwell's rules for the construction of stiff frames. *International Journal of Solids and Structures*. 1978, roč. 14, č. 2, s. 161-172. ISSN 0020-7683. Dostupné z: [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0020-7683\(78\)90052-5](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0020-7683(78)90052-5).
- [29] LEE, Jeong-Hyeon; PARK, Sang-Jun; YANG, Jaeseok; JEON, Eon-Sik a KIM, Younghak. Crack Guidance Utilizing the Orientation of Additive Manufactured Lattice Structure. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*. 2022, roč. 23, č. 7, s. 797-805. ISSN 2234-7593. Dostupné z: <https://doi.org/10.1007/s12541-022-00654-x>.

- [30] BHATE, Dhruv. Classification and Selection of Cellular Materials in Mechanical Design: Engineering and Biomimetic Approaches: Engineering and Biomimetic Approaches. *Designs*. 2019, roč. 3, č. 1, s. 19. ISSN 2411-9660. Dostupné z: <https://doi.org/https://doi.org/10.3390/designs3010019>.
- [31] AL-KETAN, Oraib; ROWSHAN, Reza a ABU AL-RUB, Rashid K. Topology-mechanical property relationship of 3D printed strut, skeletal, and sheet based periodic metallic cellular materials. *Additive Manufacturing*. 2018, roč. 19, s. 167-183. ISSN 2214-8604. Dostupné z: <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.addma.2017.12.006>.
- [32] SCHOEN, Alan H. *Infinite Periodic Minimal Surfaces Without Self-Intersections*. Washington, D.C: National Aeronautics and Space Administration, 1970. Dostupné také z: <https://ntrs.nasa.gov/citations/19700020472>.
- [33] MASKERY, Ian; STURM, Lawrence A.; AREMU, Adedeji O.; PANESAR, Ajit; WILLIAMS, Christopher B. et al. Insights into the mechanical properties of several triply periodic minimal surface lattice structures made by polymer additive manufacturing. *Polymer*. 2018, roč. 152, s. 62-71. ISSN 0032-3861. Dostupné z: <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.polymer.2017.11.049>.
- [34] GANDY, Paul J. F.; BARDHAN, Suheel; MACKAY, Alan L. a KLINOWSKI, Jacek. Nodal surface approximations to the P, G, D and I-WP triply periodic minimal surfaces. *Chemical Physics Letters*. 2001, roč. 336, č. 3-4, s. 187-195. ISSN 0009-2614. Dostupné z: [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0009-2614\(00\)01418-4](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0009-2614(00)01418-4).
- [35] INC, NTOPOLOGY. *What equations are used to create the TPMS types?* Online. New York: nTopology, 2026. Dostupné z: <https://support.ntop.com/hc/en-us/articles/360053267814-What-equations-are-used-to-create-the-TPMS-types>. [cit. 2026-05-21].
- [36] PLOCHER, János a PANESAR, Ajit. Review on design and structural optimisation in additive manufacturing: Towards next-generation lightweight structures: Towards next-generation lightweight structures. *Materials & Design*. 2019, roč. 183, s. 108164. ISSN 0264-1275. Dostupné z: <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.matdes.2019.108164>.

- [37] BOBBERT, Felix S. L.; LIETAERT, Karel; EFTEKHARI, Aleksandar A.; POURAN, Behdad; AHMADI, Said M. et al. Additively manufactured metallic porous biomaterials based on minimal surfaces: A unique combination of topological, mechanical, and mass transport properties. *Acta Biomaterialia*. 2017, roč. 53, s. 572-584. ISSN 1742-7061. Dostupné z: <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.actbio.2017.02.024>.
- [38] MAHMOUD, Dalia; TANDEL, Shekhar Rammohan Singh; YAKOUT, Mostafa; ELBESTAWI, Mohamed; MATTIELLO, Fabrizio et al. Enhancement of heat exchanger performance using additive manufacturing of gyroid lattice structures. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2023, roč. 126, s. 4021-4036. ISSN 0268-3768. Dostupné z: <https://doi.org/https://doi.org/10.1007/s00170-023-11362-9>.
- [39] MASKERY, Ian; ABOULKHAIR, Nesma T.; AREMU, Adedeji O.; TUCK, Christopher J. a ASHCROFT, Ian A. Compressive failure modes and energy absorption in additively manufactured double gyroid lattices. *Additive Manufacturing*. 2017, roč. 16, s. 24-29. ISSN 2214-8604. Dostupné z: <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.addma.2017.04.003>.
- [40] KONSTRUKTÉR. *S Within Medical navrhnete kovové implantáty pro 3D tisk*. Online. Praha: Konstrukter.cz, 2020. Dostupné z: <https://www.konstrukter.cz/s-within-medical-navrhnete-kovove-implantaty-pro-3d-tisk/>. [cit. 2026-05-20].
- [41] BRNĚ, VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V. *Vypečená konzola míří z tiskárny do vesmíru*. Online. Brno: VUT v Brně, 2022. Dostupné z: <https://www.zvut.cz/napady-objevy/napady-a-objevy-f38103/vypecena-konzola-miri-z-tiskarny-do-vesmiru-d103894>. [cit. 2026-05-20].
- [42] AM, METAL. *Design for Additive Manufacturing: A workflow for a metal AM heat exchanger using nTopology: A workflow for a metal AM heat exchanger using nTopology*. Online. Shrewsbury: Inovar Communications, 2020. Dostupné z: <https://www.metal-am.com/articles/design-for-additive-manufacturing-a-workflow-for-a-metal-am-heat-exchanger-using-ntopology/>. [cit. 2026-05-20].
- [43] FABBALOO. *NTop Partners with NVIDIA to Integrate GPU-Powered Design in Additive Manufacturing*. Online. Fabbaloo, 2024. Dostupné z: <https://www.fabbaloo.com/news/ntop-partners-with-nvidia-to-integrate-gpu-powered-design-in-additive>. [cit. 2026-05-20].

- [44] GUEDES, José Miranda a KIKUCHI, Noboru. Preprocessing and postprocessing for materials based on the homogenization method with adaptive finite element methods. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 1990, roč. 83, č. 2, s. 143-198. ISSN 0045-7825. Dostupné z: [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0045-7825\(90\)90148-F](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0045-7825(90)90148-F).
- [45] INC, NTOPOLOGY. *How to create a material*. Online. New York: nTopology, 2024. Dostupné z: <https://support.ntop.com/hc/en-us/articles/360063644233-How-to-create-a-material>. [cit. 2026-05-20].
- [46] INC., nTopology. *How to run homogenization*. Online. NTop Support, 2025. Dostupné z: <https://support.ntop.com/hc/en-us/articles/23019150935955>. [cit. 2026-05-12].
- [47] MICHEL, Jean-Claude; MOULINEC, Hervé a SUQUET, Pierre. Effective properties of composite materials with periodic microstructure: a computational approach: a computational approach. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 1999, roč. 172, č. 1-4, s. 109-143. ISSN 0045-7825. Dostupné z: [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0045-7825\(98\)00227-8](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0045-7825(98)00227-8).
- [48] LIN, Zhi-Hong; PAN, Jia-Hong a LI, Hai-Yang. Mechanical Strength of Triply Periodic Minimal Surface Lattices Subjected to Three-Point Bending. *Polymers*. 2022, roč. 14, č. 14, s. 2885. ISSN 2073-4360. Dostupné z: <https://doi.org/https://doi.org/10.3390/polym14142885>.
- [49] AL-KETAN, Oraib a ABU AL-RUB, Rashid K. Multifunctional Mechanical Metamaterials Based on Triply Periodic Minimal Surface Lattices. *Advanced Engineering Materials*. 2019, roč. 21, č. 10, s. 1900524. ISSN 1438-1656. Dostupné z: <https://doi.org/https://doi.org/10.1002/adem.201900524>.
- [50] DESHPANDE, Vikram S.; FLECK, Norman A. a ASHBY, Michael F. Effective properties of the octet-truss lattice material. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2001, roč. 49, č. 8, s. 1747-1769. ISSN 0022-5096. Dostupné z: [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0022-5096\(01\)00010-2](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0022-5096(01)00010-2).
- [51] WORK, HAWK'S. *A2212 Brushless Motor 920KV for Multicopter Drone and Others*. Online. HAWK'S WORK, 2026. Dostupné z: <https://www.hawks-work.com/products/a2212-brushless-motor-920kv-for-multicopter-drone-and-others>. [cit. 2026-05-21].

- [52] SIMON, Jakub. *Topologická optimalizace ramena kvadrokoptéry s využitím 3D tisku*. Online, Bakalářská práce, vedoucí Ondřej Vaverka. Brno: Vysoké učení technické v Brně. Fakulta strojního inženýrství. Ústav konstruování, 2022. Dostupné z: <http://hdl.handle.net/11012/205924>. [cit. 2026-05-22].
- [53] DONG, Zhichao; ZHANG, Xiaoyu; SHI, Wenhua; ZHOU, Hao; LEI, Hongshuai et al. Study of Size Effect on Microstructure and Mechanical Properties of AlSi10Mg Samples Made by Selective Laser Melting. *Materials*. 2018, roč. 11, č. 12. ISSN 1996-1944. Dostupné z: <https://doi.org/10.3390/ma11122463>.
- [54] DONG, Zhichao; LIU, Yabo; LI, Weijie a LIANG, Jun. Orientation dependency for microstructure, geometric accuracy and mechanical properties of selective laser melting AlSi10Mg lattices. *Journal of Alloys and Compounds*. 2019, roč. 791, s. 490-500. ISSN 0925-8388. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2019.03.344>.

9 SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK, SYMBOLŮ A VELIČIN

3MF	3D Manufacturing Format (formát pro aditivní výrobu)
AM	Additive Manufacturing
AlSi10Mg	hliníková slitina (hliník–křemík–hořčík)
ASTM	American Society for Testing and Materials
BCC	Body-Centered Cubic
BESO	Bi-directional Evolutionary Structural Optimization
B-rep	Boundary representation
CAD	Computer Aided Design
CAE	Computer Aided Engineering
CFD	Computational Fluid Dynamics
DED	Directed Energy Deposition
DfAM	Design for Additive Manufacturing
DJI F450	rám kvadrokoptéry (DJI Flame Wheel F450)
DMLS	Direct Metal Laser Sintering
ESA	European Space Agency
ESO	Evolutionary Structural Optimization
FCC	Face-Centered Cubic
FDD	Field-Driven Design
FDM	Fused Deposition Modeling
FSI	Fakulta strojního inženýrství
VUT	Vysokého učení technické v Brně
GOM	Gesellschaft für Optische Messtechnik
ISO	International Organization for Standardization
LiPo	Lithium-Polymer (baterie)
L-PBF	Laser Powder Bed Fusion
MKP	metoda konečných prvků
PA66+30GF	polyamid 6,6 plněný 30 % skleněnými vlákny

PBC	Periodic Boundary Conditions
PBF	Powder Bed Fusion
PDB	Power Distribution Board
PET-G	polyethylentereftalát-glykol
PLA	Polylactic Acid
RVE	Representative Volume Element
SC	Simple Cubic
SIMP	Solid Isotropic Material with Penalization
SLM	Selective Laser Melting
Ti6Al4V	titanová slitina (titan–hliník–vanad)
TPMS	Triply Periodic Minimal Surfaces
UAV	Unmanned Aerial Vehicle
UTS	Ultimate Tensile Strength
YS	Yield Strength
a	velikost základní buňky (cell size)
A	tažnost
b	počet prutů (Maxwellovo kritérium)
C_{ij}	složky efektivní matice tuhosti
C^*	efektivní matice tuhosti struktury
C_1	bezrozměrná konstanta geometrie buňky
D	průměr prutu
E	modul pružnosti v tahu (Youngův modul)
E_0	modul pružnosti plného (objemového) materiálu
E_e	modul pružnosti prvku (SIMP)
E_s	modul pružnosti plného (solid) materiálu
E^*	efektivní modul pružnosti struktury
E_v	objemová hustota energie laseru
F	síla
F_{exp}	síla aplikovaná při experimentu
F_{sim}	síla aplikovaná v MKP simulaci

G	modul pružnosti ve smyku
h	vzdálenost skenů (hatch spacing)
j	počet uzlů (Maxwellovo kritérium)
k	tuhost ramene
k_{exp}	experimentálně zjištěná tuhost
k_{sim}	tuhost predikovaná MKP simulací
k/M	měrná tuhost (vztažená k hmotnosti)
L	makroskopická charakteristická délka součásti
M	Maxwellovo číslo / celková hmotnost ramene
M_{CAD}	hmotnost CAD modelu ramene
M_{real}	reálná hmotnost vyrobeného ramene
m [g]	hmotnost struktury ramene
m [–]	počet mechanismů (Maxwell)
n	exponent škálovacího zákona (Gibson–Ashby)
p	penalizační exponent metody SIMP
P	výkon laseru
R_m	mez pevnosti v tahu
$R_{p0,2}$	smluvní mez kluzu
s	počet stavů předpětí (self-stress)
t	tloušťka stěny / průměr prutu
t_{min}	minimální tloušťka v gradientní struktuře
t_{max}	maximální tloušťka v gradientní struktuře
t_{CAD}	nominální tloušťka prutu/stěny v CAD modelu
$t_{\text{real-H}}$	reálná tloušťka horizontálních prutů
$t_{\text{real-45°}}$	reálná tloušťka šikmých (45°) prutů
u	posuv / průhyb
u_{max}	maximální průhyb vzorku
v	rychlost skenování laseru
x, y, z	kartézské souřadnice
Y	vektor translace jednotkové buňky

δ	naměřený průhyb ramene při experimentu
$\delta_{\max,Z}$	maximální průhyb ve svislé ose Z
Δ modelu	procentuální odchylka reálného rozměru od CAD
ε $[-]$	mikroskopické přetvoření (deformace)
ε $[\text{mm}]$	mikroskopická délka
ε_j	makroskopické přetvoření aplikované na RVE
ν	Poissonovo číslo
ρ	hustota materiálu
ρ_e	relativní hustota prvku v metodě SIMP
ρ^*	efektivní hustota strukturovaného materiálu
ρ_s	hustota plného (solid) materiálu
ρ^*/ρ_s	relativní hustota strukturovaného materiálu
$\rho_{\min}$	dolní mez relativní hustoty v metodě SIMP
σ	napětí (redukované von Mises, není-li uvedeno jinak)
σ_i	složky napětí na RVE
$\sigma_{\min}$	dolní mez rozsahu napětí pro modulaci tloušťky
$\sigma_{\max}$	horní mez rozsahu napětí pro modulaci tloušťky

10 SEZNAM OBRÁZKŮ A GRAFŮ

Obr. 2-1 Schéma výrobního procesu <i>Powder Bed Fusion</i> (PBF) [4].....	17
Obr. 2-2 Deformační křivky vzorků AlSi10Mg ve stavu před tepelným zpracováním (As-built) a po žíhání na uvolnění vnitřních pnutí na 275 °C po dobu 2 hodin (As-annealing) [7]. .	18
Obr. 2-3 Mikrostruktura leptaných vzorků zobrazující zhrubnutí křemíkové fáze při tepelném zpracování: (a) As-built (b) Po žíhání na 275 °C na 2 hodiny [7].....	18
Obr. 2-4 Vzorky úhlů převisu 20° – 50° [12].....	20
Obr. 2-5 – Topologicky optimalizovaný brzdový třmen Bugatti Chiron vyrobený technologií PBF a) stále spojen s výrobní platformou a obsahující support struktury b) hotová opracovaná součást – [13] [14], upraveno	20
Obr. 2-6 Metody strukturní optimalizace: a) <i>size optimization</i> b) <i>shape optimization</i> c) <i>topology optimization</i> [16]	22
Obr. 2-7 – Závislost efektivního modulu pružnosti $E_e(\rho_e)/E_0$ na relativní hustotě ρ_e pro penalizační exponent $p = 1$ (lineární závislost) a $p = 3$ (SIMP). Vyšrafovaná oblast vymezuje Hashin-Shtrikmanovy meze pro fyzikálně realizovatelný kompozit dvou izotropních fází (plný materiál + prázdno) při $v = 1/3$. SIMP křivka s $p = 3$ leží uvnitř této oblasti, čímž splňuje podmínku realizovatelnosti mikrostruktury [16]. Při $p = 3$ má prvek s $\rho_e = 0,5$ tuhost pouze 12,5 % plného materiálu, což optimalizátor nutí konvergovat k binárnímu rozložení hmoty.	23
Obr. 2-8 Průběh topologické optimalizace [16], upraveno	24
Obr. 2-9 Vizualizace pole reprezentujícího buňku Gyroidu se zvýrazněnými izočarami; oranžová místa mají hodnotu < 0 ; zelená/modrá místa > 0 ; žlutě je zvýrazněná hranice kde je povrch tělesa a hodnoty pole nabývají nuly	26
Obr. 2-10 Příklady <i>lattice</i> struktur v přírodě: a) Lidská kost pod elektronovým mikroskopem; b) Včelí plástev (honeycomb); c) Lupeny hub; d) Voronoi struktura bublin; e) Křídlo vážky f) Struktura listu [24]	27
Obr. 2-11 Příklad chování jednoduchých 2D struktur pod zatížením: (a) $M < 0$ ze struktury se stává mechanismus a vykazuje <i>bending-dominated</i> chování; (b) $M = 0$ všechny elementy jsou zatíženy tahem – <i>stretching-dominated</i> [29]	29
Obr. 2-12 Prutové struktury; Zleva: Simple Cubic (SC), Body-Centered Cubic (BCC), Face-Centered Cubic (FCC), Octet-truss.....	30
Obr. 2-13 Zleva: Schwarz Primitive, Schoen Gyroid, Schwarz Diamond.....	31
Obr. 2-14 Konzola satelitu pro Evropskou vesmírnou agenturu (ESA) (vlevo); Poréznost implantátů podporuje hojení kostí a růst cév (vpravo) [40] a [41]	32

Obr. 2-15 Řez aditivně vyrobeným tepelným výměníkem obsahujícím teplé a studené kanály (vlevo) a vyrobená součást (vpravo) [42].....	32
Obr. 2-16 Pokročilá CFD (<i>Computer-Fluid-Dynamics</i>) analýza proudového motoru v nTopu [43]	33
Obr. 2-17 Efektivní matice tuhosti C^* , která je výstupem homogenizace; červeně je označeno 21 nezávislých složek tuhosti C_{ij} , zbytek matice obsahuje nuly [45]	34
Obr. 2-18 Periodické okrajové podmínky na RVE [46]	35
Obr. 4-1 Schéma symetrického modelu <i>Three-Point Bend</i> testu s vyznačenými okrajovými podmínkami: Síla $F = 25 \text{ N}$ (růžová); <i>Tie Constraint</i> mezi jádrem a pláty (žlutá); <i>Displacement Restraint</i> rovin symetrie (modrá); <i>Structural Contact – No Separation</i> (zelená)	40
Obr. 4-2 Vizualizace směrového Youngova modulu pružnosti posuzovaných topologií	41
Obr. 4-3 Porovnání tuhosti homogenizovaných topologií v třibodovém ohybovém testu.	42
Obr. 4-4 Závislost relativní hustoty na tloušťce prutu/stěny (konstantní <i>cell size</i> $a = 5 \text{ mm}$)	43
Obr. 4-5 Vzorky Octetu pod mikroskopem (x16 zoom) s nominálními průměry prutů: (a) 0,4 mm (b) 0,5 mm (c) 0,6 mm (d) 0,8 mm (e) 1,0 mm.....	44
Obr. 4-6 Vzorky Schwarz P pod mikroskopem (x16 zoom) s nominálními tloušťkou: (a) 0,4 mm (b) 0,5 mm (c) 0,6 mm (d) 0,8 mm (e) 1,0 mm.....	44
Obr. 4-7 Vzorky Gyroidu pod mikroskopem (x16 zoom) s nominálními tloušťkou: (a), (f) 0,4mm (b), (g) 0,5mm (c), (h) 0,6mm (d), (i) 0,8mm (e), (j) 1,0mm; (a – e) – řez horizontální rovinou; (f – j) – řez vertikální rovinou.....	45
Obr. 4-8 Rozměrová přesnost vyrobených Octet prutů v závislosti na orientaci	46
Obr. 4-9 Originální rameno dronu DJI Flame Wheel F450	50
Obr. 4-10 Design space (šedá) s vyznačenými pasivními regiony – body mount (modře); motor mount (růžová).....	50
Obr. 4-11 Motor A2212 920KV [51].....	51
Obr. 4-12 Poloviční <i>design space</i> respektující rovinu symetrie se zvýrazněnými okrajovými podmínkami – 3 díry vlevo ve vetknutí u těla dronu na pasivních regionech (modře); 2 díry vpravo přes které je přenášeno zatížení od tahu motoru (síla vyznačena růžovou); plocha na rovině symetrie ošetřena pomocí <i>Displacement Restraint</i> (posuv X, rotace Y a Z) (oranžová)	52
Obr. 4-13 Odpojená část úchytu u těla dronu.....	53

Obr. 4-14 Optimalizovaný tvar ramene s homogenizovaným Gyroidem.....	53
Obr. 4-15 Rozložení napětí v BCC <i>baseline</i> symetrickém modelu	55
Obr. 4-16 Pole použité pro lokální zjemnění sítě v oblasti uzlů BCC s modifikovaným průměrem prutů	55
Obr. 4-17 Lokálně zjemněná síť v uzlech BCC s modifikovaným průměrem prutů.....	56
Obr. 4-18 Iterace BCC: tuhost $k / (\text{N} \cdot \text{mm}^{-1})$ (sloupce) a celková hmotnost M / g (zelená čára) v závislosti na rozsahu tloušťek.....	58
Obr. 4-19 Gyroid struktura začíná lokálně uzavírat kanály při iteraci s $t_{\max} = 2 \text{ mm}$	60
Obr. 4-20 Výsledek MKP <i>baseline</i> Gyroid ramene s $t = 0,7 \text{ mm}$ zobrazující maximální posuv	60
Obr. 4-21 Gyroid – plný model: tuhost $k / (\text{N} \cdot \text{mm}^{-1})$ a hmotnost M / g pro jednotlivé konfigurace	61
Obr. 4-22 Výsledek MKP <i>static analysis</i> ramene Gyroid $t = 0,5 - 1,9 \text{ mm}$ zobrazující maximální posuv ve vertikální ose při zatížení $F = 6 \text{ N}$	62
Obr. 4-23 Diagram k/M vs. M : BCC (kruh), Gyroid symetrický model (malý čtverec, explorační), Gyroid plný model (velký čtverec, validace). Hvězda = vítězná iterace. Čárkovaná čára = limit 50 g	63
Obr. 4-24 Experimentální sestava s upnutým ramenem v přípravku, kódovanými značkami a kalibračními tyčemi pro fotogrammetrické měření pomocí programu TRITOP.....	65
Obr. 4-25 Nasnímané fotky a referenční body v 3D rozhraní programu GOM Inspect; statické body (<i>rigid component</i>) – zeleně; pohyblivé body na rameni (<i>deforming component</i>) – červeně.....	67
Obr. 4-26 Výsledek fotogrammetrického měření ramene Gyroid v rozhraní programu GOM Inspect zobrazující posuv v mm ve vertikální ose	67
Obr. 4-27 Výsledek fotogrammetrického měření ramene BCC v rozhraní programu GOM Inspect zobrazující posuv v mm ve vertikální ose	68
Obr. 4-28 Výsledek fotogrammetrického měření originálního ramene v rozhraní programu GOM Inspect zobrazující posuv v mm ve vertikální ose	68
Obr. 5-1 Zvolené konstrukční řešení topologicky optimalizovaného ramene dronu DJI F450 se strukturou Gyroid	70
Obr. 5-2 Detail modifikované tloušťky struktury na finálním vyrobeném rameni dronu ..	72
Obr. 5-3 Finální topologie ramene se zvýrazněnými montážními dírami: díry s přídavkem pro šrouby M3 u těla dronu (vlevo, modře); průchozí díry pro šrouby M3 u motoru (růžově, vpravo)	73

Obr. 5-4 Přistávací nožička v prostředí Autodesk Inventor	74
Obr. 5-5 Finální ramena připravena k výrobě v programu Materialise Magics; supporty (modře) nastaveny.....	75
Obr. 5-6 Snímek obrazovky z PrusaSliceru obsahující všechny 4 přistávací nožičky připravené k tisku	78
Obr. 5-7 Dron s Topologicky optimalizovanými rameny vyrobenými L-PBF technologií za využití Gyroid <i>lattice</i> struktury.....	80
Obr. 5-8 Dron ve výšce cca 6 m při druhém zkušebním letu	81
Obr. 6-1 Efekt měnícího se průměru prutu na mechanické vlastnosti (<i>size effect</i>) AlSi10Mg: (a) modul pružnosti (EM) a prodloužení (EL); (b) mez pevnosti (UTS) a mez pružnosti (YS) [53]	84

11 SEZNAM TABULEK

Tab. 1 Maximální průhyb v tříbodovém ohybovém testu pro jednotlivé topologie ($\rho^* / \rho_{(s)} = 30 \%$, $F = 25 \text{ N}$)	42
Tab. 2 Rozměrová přesnost vyrobených Octet prutů (průměr z $n = 5$ prutů v každé orientaci)	45
Tab. 3 Výsledky iterační optimalizace tloušťky prutů BCC ($F = 6 \text{ N}$)	57
Tab. 4 Gyroid, poloviční model: iterace optimalizace tloušťky stěny ($F/2 = 3 \text{ N}$)	59
Tab. 5 Gyroid, plný model: validace vybraných konfigurací ($F = 6 \text{ N}$)	61
Tab. 6 Výsledky fotogrammetrického měření vyrobených ramen a originálního plastového ramene	66
Tab. 7 Porovnání tuhosti a měrné tuhosti — simulace nTop vs. experiment	69
Tab. 8 Shrnutí parametrů konstrukčního řešení	71
Tab. 9 Porovnání Topologicky optimalizovaného konstrukčního řešení s originálním plastovým dílem	78
Tab. 10 Mechanické vlastnosti SLM vyrobených AlSi10Mg prutů v závislosti na průměru D dle Dong et al.[53].	84

12 SEZNAM PŘÍLOH

Příloha 1 Doplnková fotodokumentace

Příloha 2 Výsledky simulací v nTopu

Příloha 3 3D modely ramen Gyroid a BCC

Příloha 4 Projekty a G-code pro FDM 3D tisk

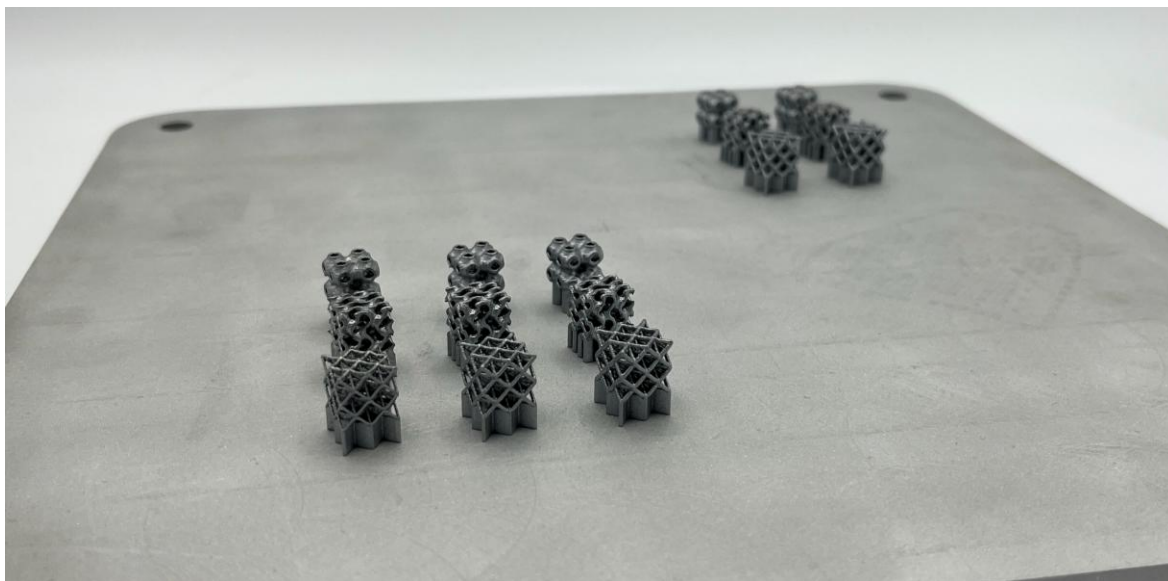
Příloha 5 Pracovní Excel soubor zachycující návrhový proces

Příloha 6 Videodokumentace letové zkoušky

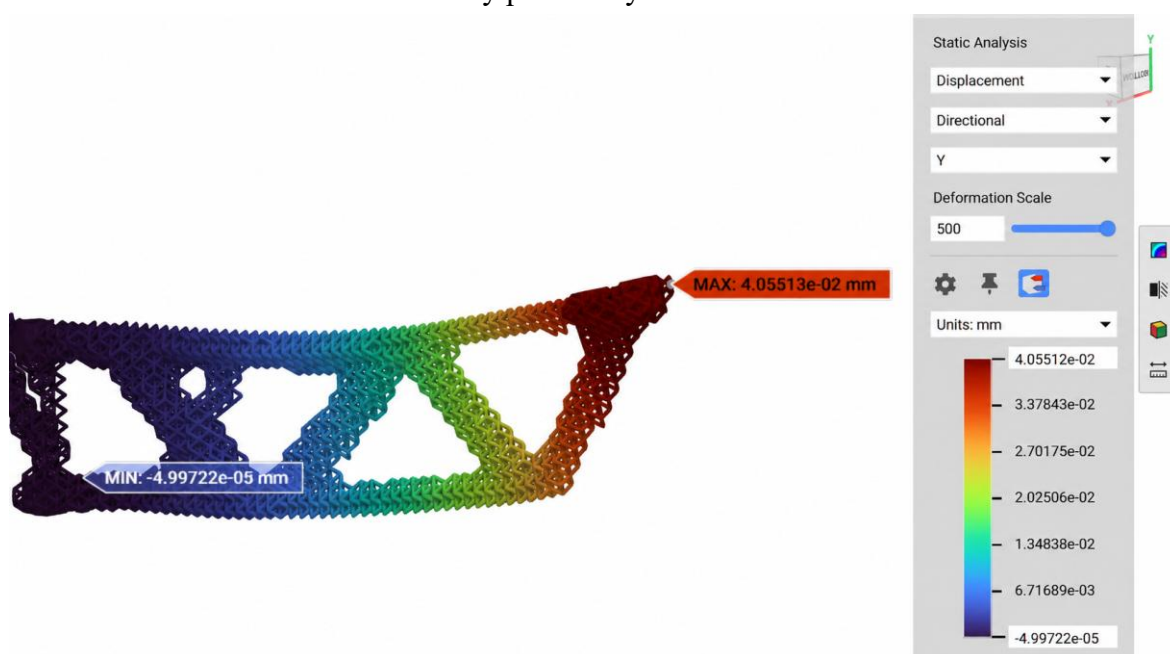
Příloha 7 GOM Inspect soubory obsahující naměřená data z TRITOPu

Příloha 8 Fotodokumentace testu výrobitelnosti

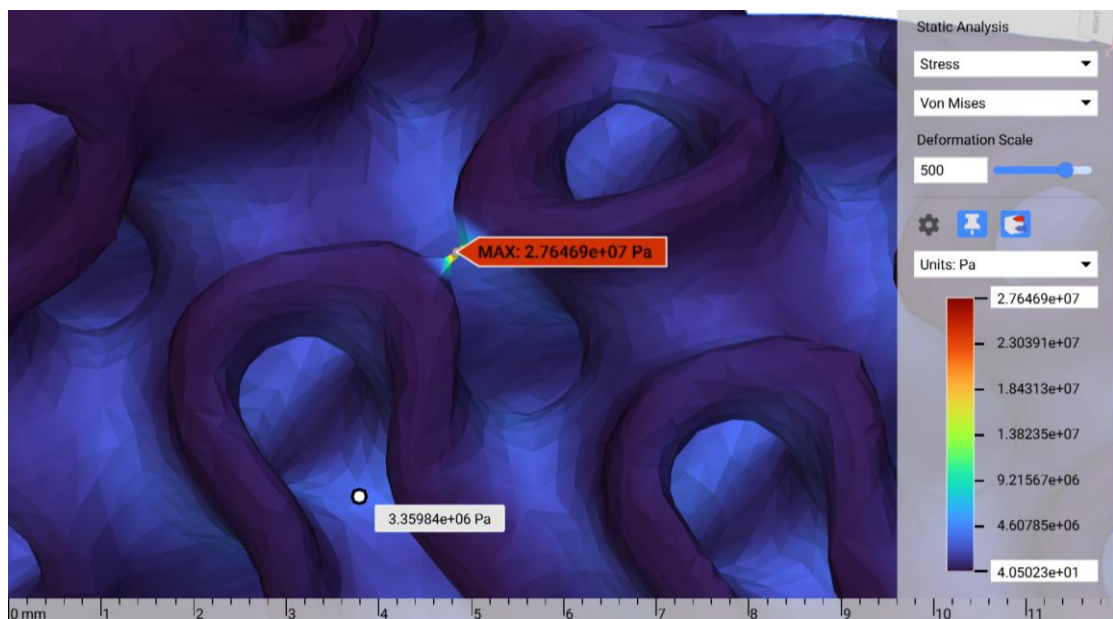
P1 – Doplnková fotodokumentace:



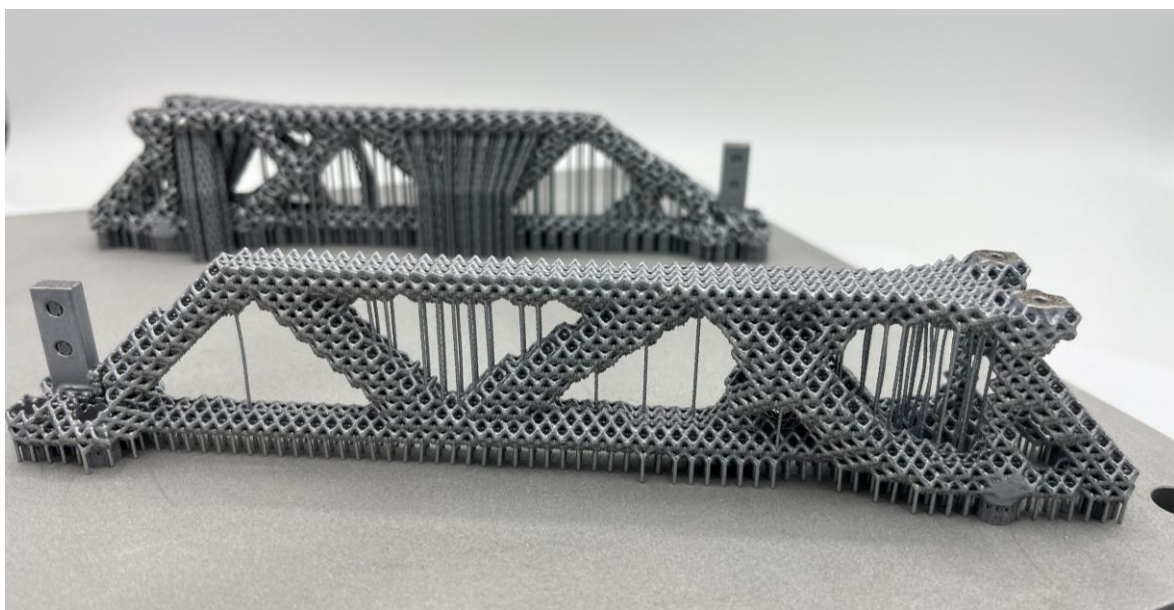
Vzorky pro test vyrobitelnosti



Výsledek MKP *Static Analysis* ramene BCC $t = 0,8 - 1,5$ mm zobrazující maximální posuv ve vertikální ose při zatížení $F = 6$ N



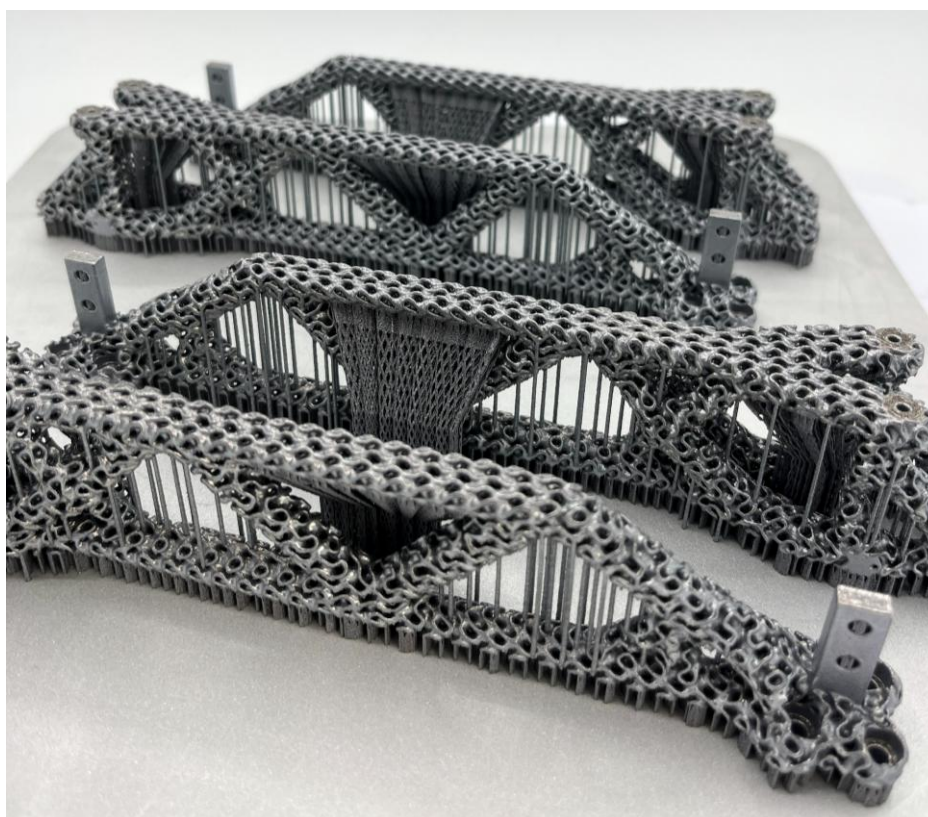
Špička napětí v nereálně tenké oblasti *baseline* Gyroid ramene; pomocí *probe* nástroje lze zkontrolovat, že reálné hodnoty napětí ve struktuře je výrazně nižší



Srovnání množství podpůrných struktur u BCC a Gyroid variant



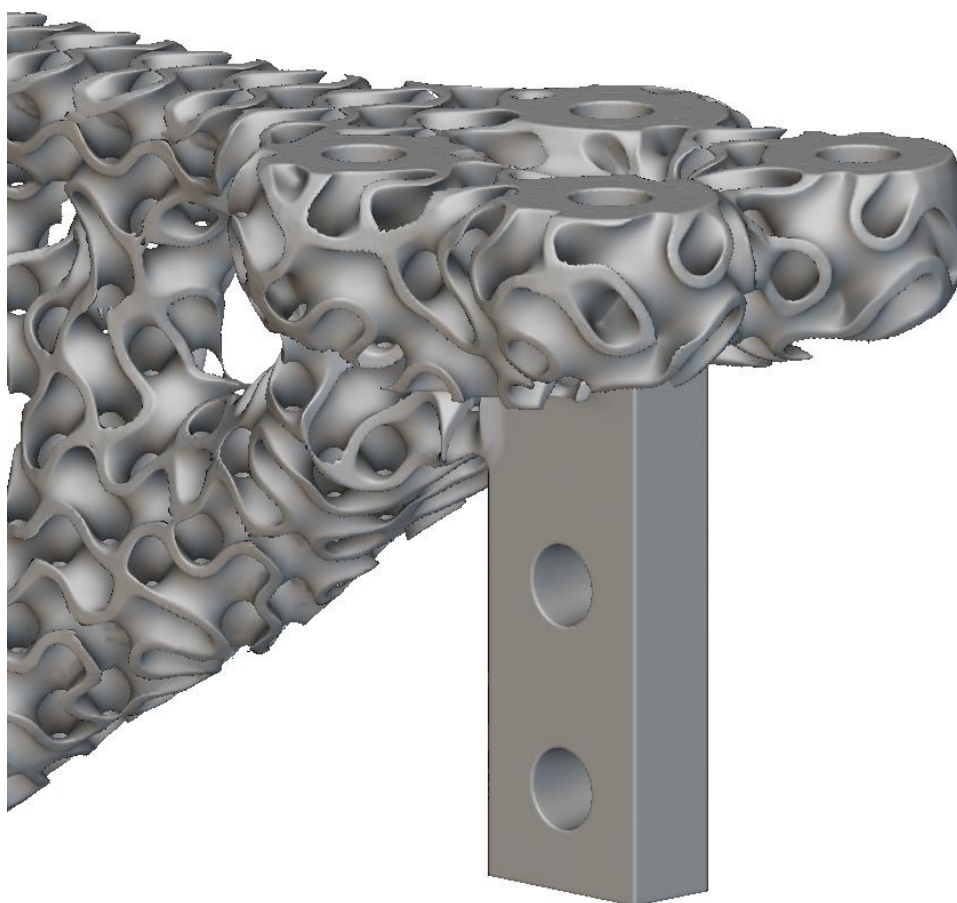
Vyrobená finální ramena stále uvnitř komory SLM 280 HL



Detail vyrobených ramen Gyroid se support strukturami



Odřezávání ramen z výrobní platformy na pásové pile s přívodem chladicí kapaliny



Detail připojovacího bločku pro přistávací nožičku